

UNIwersytet Jagielloński
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Matematyki

MICHAŁ KASZUBA

**Wskaźniki siły w ternarnych grach wyborczych
na przykładzie systemu głosowania
w Radzie Bezpieczeństwa ONZ.**

PRACA MAGISTERSKA

Opiekun pracy:
dr hab. Wojciech Słomczyński

KRAKÓW 2015

Składam serdeczne podziękowania
panu dr hab. Wojciechowi Słomczyńskiemu
za poświęcony czas, okazane zaufanie,
cenne uwagi i życzliwość.

Spis treści

Wstęp	4
Rozdział 1. Wprowadzenie	7
1. Proste gry wyborcze	7
2. Ternarne gry wyborcze	15
3. Wskaźniki siły	19
Rozdział 2. Liga Narodów. Organizacja Narodów Zjednoczonych	29
1. Liga Narodów	29
2. Organizacja Narodów Zjednoczonych	35
Rozdział 3. Rada Bezpieczeństwa ONZ	41
1. Informacje ogólne	41
2. Wybór członków niestałych	42
3. Zasady głosowania	43
4. Propozycje reform	47
Rozdział 4. Wskaźniki siły w Radzie Bezpieczeństwa ONZ	48
1. Indeksy dla Rady Bezpieczeństwa przed reformą	49
2. Indeksy dla Rady Bezpieczeństwa po reformie	58
3. Podsumowanie	67
4. Rozważania dotyczące wstrzymania się od głosu	72
Bibliografia	81

Wstęp

W obecnych czasach istnieje wiele instytucji i organów, które podejmują decyzje w wyniku głosowania przeprowadzonego przy wykorzystaniu określonego systemu wyborczego. W celu matematycznego opisu tej procedury zdefiniowano pojęcie prostej gry wyborczej¹. Następnie dla tego typu gier wprowadzono sposoby pomiaru wpływu poszczególnych głosujących na wynik głosowania – są to tak zwane wskaźniki siły głosu. Jednak proste gry wyborcze mają poważną wadę - nie uwzględniają sytuacji, gdy możliwe jest wstrzymanie się od głosu, które ma inny wpływ na wynik głosowania niż głos „za” lub „przeciw”.

Inspiracją do napisania tej pracy były książka [9] i artykuły [8] oraz [10] Dana Felsenthala oraz Moshé Machovera, wprowadzające nowy typ gier - ternarne gry wyborcze², gdzie uwzględniono możliwość wstrzymania się od głosu przez wyborcę. Zdefiniowane zostały również przez nich pewne wskaźniki siły dla tego typu gier analogiczne jak w przypadku prostych gier wyborczych. Istnieje również inne podejście do problemu gier wyborczych z możliwością wstrzymania się od głosu, które zaprezentowane było przez Mathhewa Brahama oraz Franka Steffena w pracy [4]. Korzystali oni z modelu prostych gier wyborczych zakładając jednak, że w zależności od liczby graczy wstrzymujących się od głosu modyfikowany jest zbiór graczy biorących udział w głosowaniu.

Jednym z najbardziej znanych organów mających możliwość podejmowania decyzji dotyczących praktycznie każdego zakątka świata jest Rada Bezpieczeństwa ONZ. Jest ona idealnym przykładem ilustrującym fakt, że wstrzymanie się od głosu ma (w przypadku stałego członka Rady) różny efekt od głosu „za” lub „przeciw”.

¹Często w literaturze polskiej używa się również pojęcia *proste gry głosowania*.

²Inne określenie to *gry wyborcze z absencją*.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie i opisanie najważniejszych definicji i twierdzeń dotyczących ternarnych gier wyborczych oraz zdefiniowanych dla nich wskaźników siły, jak również zastosowanie tej teorii do analizy funkcjonowania Rady Bezpieczeństwa ONZ w postaci sprzed reformy z 1965 roku oraz w obecnym kształcie.

Struktura tej pracy jest następująca. Składa się ona z czterech rozdziałów. Pierwszy rozdział zawiera definicje i twierdzenia dotyczące prostych i ternarnych gier wyborczych zaczerpnięte z książki [9]. Również z tej pozycji pochodzą podane w tym rozdziale definicje wskaźników siły dla prostych i ternarnych gier wyborczych: wskaźnika Banzhafa, absolutnego wskaźnika Banzhafa, indeksu Shapleya-Shubika i indeksu Colemana. Rozdział drugi, który, podobnie jak rozdział trzeci, opracowałem w oparciu o wiele różnych źródeł: [1, 12, 15, 23], zawiera historię Organizacji Narodów Zjednoczonych oraz jej poprzedniczki – Ligi Narodów. W podrozdziale dotyczącym Ligi opisano zasady podejmowania decyzji przez Radę oraz Zgromadzenie Ligi Narodów. Przedstawiono także, jak zmieniała się struktura Rady w latach 1920-1946. W podrozdziale dotyczącym ONZ przedstawiono strukturę działania tej organizacji – opisano pięć z sześciu jej głównych organów. Rozdział trzeci poświęcony jest szóstemu z nich – Radzie Bezpieczeństwa. Przedstawiono w nim podstawowe informacje dotyczące sposobu głosowania w Radzie, jej kształtu, a także pewne dane dotyczące prawa weta, które posiada każdy stały członek Rady. Pod tym kątem przeanalizowano również niedawne propozycje reform Rady.

W rozdziale ostatnim zbadano, jak kształtują się wskaźniki siły dla opisanego w poprzednim rozdziale sposobu głosowania w Radzie. Obliczenia i rozumowania w tym rozdziale zostały przeprowadzone w całości przez autora. Sytuacja dla Rady Bezpieczeństwa jest o tyle skomplikowana, że z punktu widzenia teorii gier wyborczych głosowanie w Radzie można opisywać za pomocą jednego z dwóch modeli w zależności od tego, jak interpretowane jest wstrzymanie się od głosu stałego członka Rady. Kiedy traktowane jest ono jako głos „przeciw” mamy *de facto* do czynienia z modelem prostej (binarnej) gry wyborczej, gdy zaś interpretujemy je podobnie jak nieobecność w głosowaniu, można je opisać za pomocą modelu mieszanego. W modelu tym część graczy (niestali członkowie Rady Bezpieczeństwa) dysponują

dwoma możliwościami oddania głosu („za” lub „przeciw”), zaś reszta (stali członkowie Rady) trzema możliwościami („za”, „przeciw” lub „wstrzymuję się od głosu”) – stąd nazwa model mieszany. W rozdziale policzono wskaźniki siły głosu dla Rady Bezpieczeństwa przed i po reformie z roku 1965 zarówno w prostym, jak i mieszanym modelu gry wyborczej. Dodatkowo obliczono wartości wskaźników Banzhafa dla jednej z proponowanych reform. Na końcu przeprowadzono krótką analizę dotyczącą wartości wskaźników siły w modelu mieszanym przy zmiennym prawdopodobieństwo wstrzymania się od głosu przez stałego członka Rady.

ROZDZIAŁ 1

Wprowadzenie

W rozdziale pierwszym opiszemy matematycznie obiekty, którymi będziemy się posługiwali w niniejszej pracy. Na początku przedstawimy podstawowe definicje oraz fakty dotyczące prostych oraz ternarnych gier wyborczych. Ternarna gra wyborcza jest uogólnieniem gry prostej, zatem łatwo dostrzeżemy powiązania między definicjami występującymi w poszczególnych podrozdziałach. Następnie zdefiniujemy wskaźniki siły wyborców biorących udział w grze wyborczej.

1. Proste gry wyborcze

W tym podrozdziale zajmiemy się opisem prostych gier wyborczych. Niech N będzie niepustym, skończonym zbiorem. Wówczas N nazywamy **zgromadzeniem** (*assembly*), natomiast każdy element tego zbioru nazywamy **wyborcą** (*voter*). Dowolny podzbiór $S \subseteq N$ nazwiemy **koalicją** (*coalition*).

DEFINICJA 1. Prosta gra wyborcza (*simple voting game*) - w skrócie SVG - to rodzina zbiorów $\mathcal{W}$ spełniająca następujące warunki:

- (a) $N \in \mathcal{W}$;
- (b) $\emptyset \notin \mathcal{W}$;
- (c) jeśli $X \subseteq Y \subseteq N$ oraz $X \in \mathcal{W}$, wtedy również $Y \in \mathcal{W}$ (monotoniczność).

Grę $\mathcal{W}$ nazywamy dodatkowo **właściwą**, jeśli spełnia warunek:

- (d) jeśli $X \in \mathcal{W}$ oraz $Y \in \mathcal{W}$, to $X \cap Y \neq \emptyset$.

W innym przypadku $\mathcal{W}$ nazywamy **niewłaściwą**.

Przy tak zdefiniowanej SVG każdą koalicję S interpretujemy jako zbiór tych wyborców, którzy zagłosowali „za” danym wnioskiem. Koalicję S nazywamy **wygrywającą**, gdy $S \in \mathcal{W}$ oraz **przegrywającą** jeśli $S \notin \mathcal{W}$. Przedstawmy jeszcze pewne klasy koalicji.

DEFINICJA 2. **Minimalna wygrywająca koalicja** (*minimal winning coalition*) to taka koalicja wygrywająca, która nie zawiera innych koalicji wygrywających. **Koalicja blokująca** (*blocking coalition*) to koalicja, której dopełnienie jest przegrywające, czyli $S \subseteq N$ oraz $N \setminus S \notin \mathcal{W}$.

Powyższa definicja prostej gry wyborczej jest bardzo intuicyjna, jednak aby opisać ternarne gry wyborcze w analogii do prostych gier wyborczych, potrzebne są nam inne, bardziej teoretyczne definicje tych ostatnich.

DEFINICJA 3. **Dwupodziałem** (*bipartition*) zbioru N nazwiemy odwzorowanie $B : N \rightarrow \{-1, 1\}$. Oznaczamy przez B^- oraz B^+ przeciwobrazy zbiorów odpowiednio $\{-1\}$ i $\{1\}$ względem B :

$$B^- := \{x \in N : Bx = -1\}, \quad B^+ := \{x \in N : Bx = 1\}.$$

Jeśli $\mathcal{W}$ jest SVG ze zgromadzeniem N , to **regułą dwupodziału** (*bipartition rule*) - w skrócie BPR - nazwiemy odwzorowanie $W : \{-1, 1\}^N \rightarrow \{-1, 1\}$ takie, że dla dowolnego dwupodziału $B \in \{-1, 1\}^N$ zachodzi:

$$WB = \begin{cases} 1 & \text{dla } B^+ \in \mathcal{W} \\ -1 & \text{dla } B^+ \notin \mathcal{W} \end{cases}.$$

Wówczas WB nazwiemy **wynikiem** (*outcome*) dwupodziału B dla W .

Dwupodział reprezentuje podział wyborców na tych, którzy zagłosowali „za” (B^+) oraz tych, którzy zagłosowali „przeciw” (B^-). Natomiast wynik dwupodziału informuje nas o tym, czy propozycja poddana pod głosowanie została przyjęta ($WB = 1$), czy też została odrzucona ($WB = -1$). Warto również zauważyć, że reguła dwupodziału przypomina bardzo funkcję Boole’owską. Funkcja Boole’owska f ma postać: $f : \{0, 1\}^N \rightarrow \{0, 1\}$. Zdefiniujmy również częściowy porządek $\leq$ w zbiorze dwupodziałów.

DEFINICJA 4. Niech B_1 oraz B_2 będą dwupodziałami zbioru N . Wtedy:

$$B_1 \leq B_2 \stackrel{\text{def}}{\iff} B_1x \leq B_2x \quad \text{dla każdego } x \in N.$$

Zauważmy teraz, że dla danego zgromadzenia N istnieje bijekcja między zbiorem prostych gier wyborczych a zbiorem reguł dwupodziału. Reguła dwupodziału W , opisuje nam jednoznacznie koalicje należące do prostej gry wyborczej $\mathcal{W}$:

$$\mathcal{W} := \{B^+ : B \in \{-1, 1\}^N, \quad WB = 1\}$$

Z drugiej strony, prosta gra wyborcza $\mathcal{W}$ definiuje jednoznacznie regułę dwupodziału W w następujący sposób:

- (a) jeżeli $B^+ = N$ to $WB = 1$;
- (b) jeżeli $B^- = N$ to $WB = -1$;
- (c) jeżeli $B_1 \leq B_2$ to $WB_1 \leq WB_2$ (monotoniczność).

Pokazaliśmy zatem wymiennosc obu definicji, dzięki czemu możemy używać obu opisów alternatywnie. W dalszej części niniejszej pracy będziemy korzystać głównie z opisu gry w języku dwupodziałów.

Wyróżnimy teraz różne kategorie wyborców w SVG.

DEFINICJA 5. Niech a będzie wyborcą w SVG $\mathcal{W}$, czyli $a \in N$.

- (a) Jeśli S jest taką koalicją, że $S \notin \mathcal{W}$, ale $S \cup \{a\} \in \mathcal{W}$, to a nazywamy **wyborcą krytycznym spoza S** .
- (b) Jeśli S jest taką koalicją, że $S \in \mathcal{W}$, ale $S \setminus \{a\} \notin \mathcal{W}$, to a nazywamy **wyborcą krytycznym wewnątrz S** .
- (c) Wyborca a jest nazywany **wyborcą krytycznym dla S** , jeśli jest wyborcą krytycznym spoza S lub wewnątrz S .
- (d) Jeśli a nie jest wyborcą krytycznym w żadnej koalicji S , to jest nazywany **graczem nieistotnym** lub **dziadkiem** (*dummy*).
- (e) Jeśli $\{a\}$ jest koalicją blokującą, to a jest **graczem blokującym** (*blocker*).
- (f) Jeśli $\{a\}$ jest jedyną minimalną koalicją wygrywającą, to a nazywamy **dyktatorem** (*dictator*).

Następnie przyjrzymy się wyborcy w kontekście reguły dwupodziału.

DEFINICJA 6. Niech a będzie wyborcą w W oraz B - dwupodziałem N .

- (a) Jeśli $Ba = WB$, to mówimy, że a **zgadza się** z wynikiem B w W . Dodatkowo mówimy, że a zgadza się **pozytywnie** lub **negatywnie**, jeśli odpowiednio $Ba = WB = 1$ lub $Ba = WB = -1$.
- (b) Jeśli a jest krytyczny poza B^+ lub w B^+ , to a jest **krytyczny dla B** . Dodatkowo, a jest krytyczny **pozytywnie** lub **negatywnie** dla B , jeśli jest krytyczny odpowiednio w B^+ lub poza B^+ .

DEFINICJA 7. Dla dowolnego dwupodziału B definiujemy:

$$SB \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{x \in N} Bx, \quad MB \stackrel{\text{def}}{=} |SB|.$$

SB nazywamy **sumą** (*sum*) dwupodziału B , a MB nazywamy **marginielem** (*margin*) dwupodziału B .

Suma dwupodziału to liczba głosów „za” pomniejszona o liczbę głosów „przeciw” w dwupodziale. Dodatkowo znak sumy informuje nas, których głosujących było więcej. Jeśli $SB = 0$, to głosy rozłożyły się po równo. Margines dwupodziału pokazuje nam, jaka była przewaga większości nad mniejszością.

Wprowadzimy teraz pewien model przestrzeni probabilistycznej, niezbędny do zdefiniowania wskaźników siły w Podrozdziale 3. Wcześniej jednak zastanówmy się, jak taki model będzie wyglądać. Chcemy, aby nasze rozważania miały zastosowanie w jak największej liczbie sytuacji. Dlatego w naszym modelu musimy przyjąć pewne założenia, które nie zawsze mają odzwierciedlenie w rzeczywistości.

Po pierwsze, zakładamy brak zależności pomiędzy wyborcami, czyli uznajemy, że głosują oni niezależnie od siebie. W praktyce istnieją pewne korelacje między głosującymi, co sprawia, że jedne koalicje są bardziej prawdopodobne od drugih. Po drugie, zakładamy, że wyborcy z jednakowym prawdopodobieństwem głosują zarówno „za” jak i „przeciw”. Jest to niezbędne założenie, choć z pewnością nieco sztuczne. Zazwyczaj każdy wyborca głosuje według określonego światopoglądu, jednak w naszym modelu przyjmujemy, że dowolna propozycja może zostać poddana pod głosowanie. Dodatkowo, do każdej przedstawionej propozycji można postawić problem odwrotny, który powinien być rozstrzygnięty w dualny sposób.

W związku z powyższymi założeniami w naszym modelu przyjmujemy niezależność głosowania między wyborcami oraz równe prawdopodobieństwo zagłosowania „za” i „przeciw”.

DEFINICJA 8. Niech $n = |N|$. **Modelem Bernoullego** B_N nazywamy skończoną przestrzeń probabilistyczną złożoną ze zbioru wszystkich dwupodziałów zgromadzenia N , w której każdemu dwupodziałowi B przypisane jest prawdopodobieństwo $1/2^n$.

Przedstawimy teraz dwa twierdzenia charakteryzujące nasz zadany model probabilistyczny. Dowody tych twierdzeń oparto na pracy [18].

Twierdzenie 1. Niech dany jest model Bernoullego $\mathbf{B}_N$, $n := |N|$. Rozważmy zmienne losowe $X_a: \{-1, 1\}^N \rightarrow \{-1, 1\}$, gdzie $a \in \{1, \dots, n\}$, dane wzorem $X_a(B) = Ba$. Wtedy zachodzą warunki:

- (a) $P(X_a = \pm 1) = \frac{1}{2}$;
- (b) $X_1, \dots, X_n$ - niezależne.

Dowód.

- (a) Wszystkie dwupodziały są jednakowo prawdopodobne, zatem dokładnie w połowie z nich wyborca a zagłosuje „za”, a w połowie „przeciw”.
- (b) Warunek ten zachodzi, gdy dla dowolnych $b_i \in \{-1, 1\}$ ($i = 1, \dots, n$) prawdziwa jest równość:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n X_i^{-1}(b_i)\right) = \prod_{i=1}^n P\left(X_i^{-1}(b_i)\right).$$

Iloczyn zdarzeń po lewej stronie równania odpowiada dokładnie jednemu dwupodziałowi B takiemu, że $Bi = b_i$ (każdy wyborca głosuje w konkretny sposób). Wiemy też, że prawdopodobieństwo każdego podziału wynosi $1/2^n$. Zatem

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n X_i^{-1}(b_i)\right) = \frac{1}{2^n}.$$

Z drugiej strony, korzystając z (a) otrzymujemy

$$\prod_{i=1}^n P\left(X_i^{-1}(b_i)\right) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{2} = \frac{1}{2^n}$$

co kończy dowód (b). □

Twierdzenie 2. Jeśli spełnione są warunki (a) i (b) Twierdzenia 1, to mamy do czynienia z modelem Bernoullego $\mathbf{B}_N$.

Dowód.

Dla dowolnego dwupodziału B mamy

$$P(B) = P\left(\bigcap_{i=1}^n \{X_i = Bi\}\right) = \prod_{i=1}^n P(X_i = Bi) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{2} = \frac{1}{2^n}.$$

□

Przedstawmy teraz definicje pewnych obiektów w modelu Bernoullego.

DEFINICJA 9. **Porządkiem** (*queue*) w zgromadzeniu N nazywamy każdą bijekcję $Q: N \rightarrow I_n = \{1, \dots, n\}$, gdzie jak zwykle $n = |N|$. Jeśli Q jest porządkiem w N i a wyborcą, to $Qa := Q(a)$ nazywamy **miejscem** a w Q . Niech

$$h_a Q \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in N : Qx \leq Qa\}.$$

Powyższy zbiór, który zawiera wyborcę a oraz poprzedzających go innych wyborców, $h_a Q$ nazywamy **początkiem** (*head*) porządku Q względem a . Przez $\mathbf{Q}_N$ oznaczamy przestrzeń probabilistyczną wszystkich porządków Q z równym prawdopodobieństwem $1/(n!)$.

Porządek Q informuje nas, w jakiej kolejności ustawiani są wyborcy ze zgromadzenia. Oczywiście, z elementarnej kombinatoryki wiemy, że takich możliwości jest $n!$. Mając zdefiniowane pojęcia dwupodziału i porządku możemy wprowadzić pojęcie prostego głosowania w kolejności.

DEFINICJA 10. **Proste głosowanie w kolejności** (*binary roll-call*) zgromadzenia N to uporządkowana para $R = (Q, B)$, gdzie Q jest porządkiem, a B dwupodziałem zbioru N . W takim wypadku oznaczamy przez qR oraz bR odpowiednio **porządek** oraz **dwupodział odpowiadający** R .

Wyróżnimy również wyborców w prostych głosowaniu w kolejności.

DEFINICJA 11. Jeśli R jest głosowaniem w kolejności dla N oraz a jest wyborcą N , to mówimy, że a jest **pozytywny** lub **negatywny** w R , gdy odpowiednio $(bR)a = 1$ i $(bR)a = -1$. Połóżmy również:

$$h_a^+ R \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in h_a(qR) : (bR)x = 1\}, \quad h_a^- R \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in h_a(qR) : (bR)x = -1\}.$$

Ponieważ $h_a^+ R$ to ci wyborcy z porządku qR , którzy są pozytywni w R , to zbiór ten nazwiemy **pozytywnym początkiem** qR . Analogicznie zbiór $h_a^- R$ nazywamy **negatywnym początkiem** qR .

Zdefiniujemy również przestrzeń probabilistyczną dla prostych głosowań w kolejności.

DEFINICJA 12. **Przestrzenia prostych głosowań w kolejności** będziemy nazywać przestrzeń probabilistyczną $\mathbf{R}_N = \mathbf{Q}_N \times \mathbf{B}_N$ wszystkich

głosowań w kolejności. Prawdopodobieństwo każdego prostego głosowania w kolejności wynosi $1/(2^n n!)$ (z definicji $\mathbf{Q}_N$ oraz $\mathbf{B}_N$).

Warto opisać „niematematycznie”, czym jest proste głosowanie w kolejności. Jak sama nazwa wskazuje, polega ono na losowym wyczytaniu wyborców (qR), z których każdy w momencie wyczytania oddaje swój głos z równym prawdopodobieństwem „za” i „przeciw” (bR). Zastanówmy się teraz, jak możemy porównać proste głosowania w kolejności.

DEFINICJA 13. Dwa proste głosowania w kolejności R_1 i R_2 są **zgodne aż do wyborcy a** (*agree up to voter a*), jeśli spełniają warunki: $qR_1 = qR_2$ oraz $(bR_1)x = (bR_2)x$ dla wszystkich $x \in N$ takich, że $(qR_1)x \leq (qR_1)a$.

Tak więc proste głosowania w kolejności są zgodne aż do wyborcy a , jeżeli w obu z nich porządek wyborców jest taki sam oraz w obu głosowaniach wyborcy, którzy w kolejności są przed wyborcą a , a także on sam, głosują tak samo. Zauważmy, że nie interesuje nas, jak głosują wyborcy znajdujący się za a . Mając zdefiniowane powyższe pojęcia, możemy przyjrzeć się bliżej wyborcy a w prostym głosowaniu z kolejnością.

DEFINICJA 14. Niech W będzie prostą grą wyborczą, niech R będzie prostym głosowaniem w kolejności. Wyborca a jest **wyborcą decydującym** (*pivot*) **w R dla W** , jeśli a jest pierwszym wyborcą w porządku, który spełnia następujący warunek:

$$(1) \quad \begin{aligned} &W(bS) = W(bR) \quad \text{dla wszystkich prostych głosowań} \\ &\quad \text{w kolejności } S \text{ zgodnych z } R \text{ dla wyborcy } a. \end{aligned}$$

Oznaczamy: $a := \text{piv}(W, R)$.

Wyborca decydujący to pierwszy wyborca, którego głos (w kolejności) decyduje o wyniku głosowania (żaden wyborca, który głosuje po nim nie ma wpływu na zmianę wyniku głosowania). Zauważmy, że zachodzi następujący fakt.

TWIERDZENIE 3. Zawsze istnieje dokładnie jeden wyborca decydujący w prostym głosowaniu w kolejności.

DOWÓD.

Z definicji wyborcy decydującego wystarczy pokazać, że zbiór wyborców

spełniających warunek (1) jest niepusty. Ale na pewno istnieje przynajmniej jeden taki wyborca – jest nim wyborca, który głosuje ostatni w kolejności. Zatem zbiór wyborców spełniających (1) jest niepusty. Bierzemy więc z tego zbioru wyborcę, który jest pierwszy w porządku (a taki jest dokładnie jeden, nie ma możliwości, by dwóch lub więcej wyborców głosowało jednocześnie) dla danego R i on jest wyborcą decydującym. $\square$

Na koniec tego podrozdziału wyróżnimy jeszcze pewien szczególny typ prostych gier wyborczych - ważne gry wyborcze (*weighted voting games*).

DEFINICJA 15. Systemem ważonym na skończonym zbiorze N nazywamy uporządkowaną parę (q, w) , gdzie q jest liczbą dodatnią, a w jest odwzorowaniem, które każdemu elementowi a ze zbioru N przyporządkowuje nieujemną liczbę w_a i w spełnia warunek:

$$0 < q \leq \sum_{a \in N} w_a.$$

Zbiór N nazywamy **dziedzina**, q nazywamy **progiem** (*quota*), a w - **funkcją wag** (*weighted function*) systemu ważonego (q, w) .

Mając zdefiniowany powyższy system ważony, dla dowolnego podzbioru $S \subseteq N$ określamy:

$$wS \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{a \in S} w_a.$$

Liczbę wS nazywamy **wagą zbioru** S w systemie (q, w) . Mówimy, że system ważony jest **znormalizowany**, gdy $wN = 1$.

DEFINICJA 16. Ważoną grą wyborczą dla systemu ważonego (q, w) nazywamy zbiór postaci

$$\{X \subseteq N : wX \geq q\}.$$

Bardzo często grę ważoną w systemie ważonym (q, w) ze zbiorem N postaci: $N = \{1, 2, \dots, n\}$ (tutaj już N nazywamy zgromadzeniem) oznacza się w następujący sposób:

$$[q; w_1, w_2, \dots, w_n]$$

i nazywa się ją **kanoniczną ważoną grą wyborczą**, stosując terminologię znaną nam z definicji prostych gier wyborczych.

2. Ternarne gry wyborcze

W bieżącym podrozdziale zajmijmy się grami wyborczymi, w których wyborca, oprócz możliwości zagłosowania „za” lub „przeciw” posiada też trzecią możliwość - może wstrzymać się od głosu. Przedstawimy teraz analogiczne definicje pojęć wykorzystanych w Podrozdziale 1 obecnego rozdziału. Zauważmy, że nie jest możliwe przedstawienie ternarnej gry wyborczej na podstawie Definicji 1. Dlatego zmuszeni jesteśmy definiować te gry wyborcze w języku podziałów, jak to miało miejsce w Definicji 3.

DEFINICJA 17. **Trójpodziałem** (*tripartition*) zbioru N nazywamy odwzorowanie $T : N \rightarrow \{-1, 0, 1\}$. Oznaczamy przez T^- , T^0 oraz T^+ przeciwbrazy zbiorów odpowiednio $\{-1\}$, $\{0\}$ i $\{1\}$ względem T :

$$\begin{aligned} T^0 &= \{x \in N : Tx = 0\}, & T^- &= \{x \in N : Tx = -1\}, \\ T^+ &= \{x \in N : Tx = 1\}. \end{aligned}$$

Zdefiniujmy teraz częściowy porządek $\leq$ w zbiorze trójpodziałów.

DEFINICJA 18. Niech T_1 oraz T_2 będą trójpodziałami zbioru N . Wtedy:

$$T_1 \leq T_2 \stackrel{\text{def}}{\iff} T_1x \leq T_2x \quad \text{dla każdego } x \in N.$$

DEFINICJA 19. Niech N będzie niepustym, skończonym zbiorem. Przez **ternarną grę wyborczą** (*ternary voting game*) – w skrócie **TVG** – wraz ze zbiorem N jako **zgromadzeniem** mamy na myśli każde odwzorowanie $V : \{-1, 0, 1\}^N \rightarrow \{-1, 1\}$, spełniające następujące warunki:

- (a) jeżeli $T^+ = N$ to $VT = 1$;
- (b) jeżeli $T^- = N$ to $VT = -1$;
- (c) *Monotoniczność*: jeżeli $T_1 \leq T_2$ to $VT_1 \leq VT_2$.

Członków zgromadzenia N nazywamy **wyborcami** w V , **koalicja** to zbiór wyborców, a VT oznacza **wynik** dla danego trójpodziału T przy V .

Trójpodział T wyznacza nam podział zgromadzenia N na trzy zbiory. Każdy z tych zbiorów możemy utożsamiać z grupą wyborców oddających swój głos następująco: T^+ oznacza wyborców głosujących „za”, analogicznie T^- to grupa wyborców głosujących „przeciw”. W odróżnieniu od SVG pojawia się też trzecia grupa wyborców T^0 . W tej grupie znajdują się osoby, które wstrzymały się od głosu. Oczywiście wartości trójpodziału $\{-1, 0, 1\}$

oznaczają odpowiednio: głos „przeciw”, „wstrzymuję się od głosu” oraz głos „za”. Jednak ternarne gry wyborcze mogą przyjmować tylko dwie wartości: wynik głosowania musi wynieść albo -1 (propozycja nie została uchwalona) lub 1 (propozycja została uchwalona). W pewnych przypadkach definiuje się pseudo-TVG, gdzie dopuszcza się trzecią opcję – „remis”, nie będziemy się nimi jednak w tej pracy zajmować.

DEFINICJA 20. Dla dowolnego trójpodziału T zbioru N definiujemy:

$$ST \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{x \in N} Tx, \quad MT \stackrel{\text{def}}{=} |ST|$$

gdzie ST oznacza **sumę** trójpodziału T , a MT to **margines** T .

DEFINICJA 21. TVG V nazywana jest TVG **ze zwykłą większością**, jeśli $VT = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $ST > 0$ dla każdego trójpodziału T .

ST informuje nas, jaka jest różnica między liczbą wyborców, którzy zagłosowali „za”, a liczbą wyborców, którzy zagłosowali „przeciw”. Z kolei MT informuje nas, jak duża była przewaga większości nad mniejszością. Zauważmy, że bierzemy pod uwagę tak naprawdę tylko zdecydowanych wyborców, a pomijamy tych, którzy wstrzymali się od głosu.

DEFINICJA 22. Niech a będzie wyborcą w ternarnej grze wyborczej V i niech T będzie trójpodziałem zgromadzenia N .

- (a) Wyborca a **zgadza się** z wynikiem trójpodziału T , jeśli $Ta = VT$. Co więcej, a zgadza się w z wynikiem **pozytywnie** lub **negatywnie** jeżeli odpowiednio $Ta = VT = 1$ lub $Ta = VT = -1$. Mówimy, że a **nie zgadza się** z wynikiem T w przeciwnym przypadku ($Ta = -VT$).
- (b) Niech $Ta \leq 0$. Wtedy przez $T_{a\uparrow}$ oznaczamy trójpodział, który spełnia: $T_{a\uparrow}a = Ta + 1$, ale $T_{a\uparrow}x = Tx$ dla pozostałych wyborców. Dodatkowo, jeśli $VT = -1$ i $VT_{a\uparrow} = 1$, to mówimy, że a jest **negatywnie** krytyczny dla T .
- (c) Niech $Ta \geq 0$. Wtedy przez $T_{a\downarrow}$ oznaczamy trójpodział, który spełnia: $T_{a\downarrow}a = Ta - 1$, ale $T_{a\downarrow}x = Tx$ dla pozostałych wyborców. Dodatkowo, jeśli $VT = 1$ i $VT_{a\downarrow} = -1$, to mówimy, że a jest **pozytywnie** krytyczny dla T .

Ogólnie, jeśli a jest krytyczny pozytywnie lub negatywnie dla T , to nazywamy go wyborcą **krytycznym** dla T .

Zauważmy, że powyższa definicja (podobnie jak w przypadku dwupodziałów) jest zgodna z intuicją: wyborca a zgadza się z wynikiem trójpodziału T , jeśli ten wynik jest zgodny z jego wolą i odwrotnie – nie zgadza się, jeśli wynik jest nie po jego myśli. Odrębnym przypadkiem jest sytuacja gdy $Ta = 0$ – wtedy a wstrzymuje się od głosu i nie jest zainteresowany bezpośrednio wynikiem głosowania. Przypatrzmy się również trójpodziałowi $T_{a\uparrow}$, przy danym trójpodziale T . Otrzymujemy go, gdy tylko i wyłącznie wyborca a zmieni swój głos z „przeciw” na „wstrzymuję się” lub z „wstrzymuję się” na „za”. W analogiczny sposób otrzymujemy trójpodział $T_{a\downarrow}$. Wprowadźmy teraz analogiczny model Bernoullego, jak dla prostych gier wyborczych.

DEFINICJA 23. Niech $n = |N|$. **Ternarnym modelem Bernoullego** $\mathbf{T}_N$ nazywamy przestrzeń probabilistyczną złożoną ze zbioru wszystkich trójpodziałów zbioru N , w której każdemu trójpodziałowi T odpowiada prawdopodobieństwo $1/3^n$.

Możemy przedstawić twierdzenia charakteryzujące przestrzeń $\mathbf{T}_N$, oparte na Twierdzeniach 1 oraz 2 wraz ze zmodyfikowanymi odpowiednio dowodami.

TWIERDZENIE 4. Weźmy ternarny model Bernoullego $\mathbf{T}_N$, $n := |N|$. Rozważmy zmienne losowe $X_a: \{-1, 1\}^N \rightarrow \{-1, 0, 1\}$, gdzie $a \in \{1, \dots, n\}$, dane wzorem $X_a(T) = Ta$. Wtedy zachodzą warunki:

- (a) $P(X_a = 1) = P(X_a = 0) = P(X_a = -1) = \frac{1}{3}$;
- (b) $X_1, \dots, X_n$ - niezależne.

DOWÓD.

- (a) Wszystkie trójpodziały są jednakowo prawdopodobne, zatem dokładnie w trzeciej części z nich wyborca a zagłosuje „za”, w trzeciej wstrzyma się od głosu, a w trzeciej zagłosuje „przeciw”.
- (b) Warunek ten zachodzi, gdy dla dowolnych $t_i \in \{-1, 0, 1\}$ (gdzie $i \in \{1, \dots, n\}$) prawdziwa jest równość:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n X_i^{-1}(t_i)\right) = \prod_{i=1}^n P\left(X_i^{-1}(t_i)\right).$$

Iloczyn zdarzeń po lewej stronie równania odpowiada dokładnie jednemu trójpodziałowi T takiemu, że $Ti = t_i$ (każdy wyborca głosuje w konkretny sposób). Wiemy też, że prawdopodobieństwo każdego podziału wynosi $1/3^n$. Zatem

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n X_i^{-1}(t_i)\right) = \frac{1}{3^n}.$$

Z drugiej strony, korzystając z (a) otrzymujemy

$$\prod_{i=1}^n P(X_i^{-1}(t_i)) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{3} = \frac{1}{3^n}$$

co kończy dowód (b). □

TWIERDZENIE 5. Jeśli spełnione są warunki (a) i (b) Twierdzenia 4, to mamy do czynienia z ternarnym modelem Bernoullego $\mathbf{T}_N$.

DOWÓD.

Dla dowolnego trójpodziału T mamy

$$P(T) = P\left(\bigcap_{i=1}^n \{X_i = Ti\}\right) = \prod_{i=1}^n P(X_i = Ti) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{3} = \frac{1}{3^n}.$$
□

Podobnie jak w przypadku prostych gier wyborczych, tak również w tym modelu przyjmuje się, że każdy wyborca głosuje w sposób niezależny od pozostałych. Zakładamy również, że każda jego decyzja jest równo prawdopodobna. Dyskusyjne może być założenie, że wstrzymanie się od głosu jest tak samo prawdopodobne, jak głosowanie „za” lub „przeciw” (tutaj oczywiście zakładamy, że „za” i „przeciw” są równo prawdopodobne z tych samych powodów, co w poprzednim podrozdziale). W ogólności powinniśmy przyjąć, że wyborca wstrzymuje się od głosu z prawdopodobieństwem p , a jest „za” i „przeciw” z prawdopodobieństwem $(1-p)/2$, co omówimy krótko w Rozdziale 4. Zajmijmy się teraz uogólnieniem prostych głosowań w kolejności.

DEFINICJA 24. Ternarnym głosowaniem w kolejności (*ternary roll-call*) zgromadzenia N nazywamy parę $R = (Q, T)$, gdzie Q jest porządkiem, a T trójpodziałem zbioru N . W takim wypadku oznaczamy przez qR oraz tR odpowiednio **porządek** oraz **trójpodział odpowiadający** R .

DEFINICJA 25. **Przestrzenią ternarnych głosowań w kolejności** nazywamy przestrzeń probabilistyczną $\hat{\mathbf{R}}_N = \mathbf{Q}_N \times \mathbf{T}_N$ wszystkich głosowań w kolejności. Prawdopodobieństwo każdego ternarnego głosowania w kolejności wynosi $1/(3^n n!)$ (z definicji $\mathbf{Q}_N$ oraz $\mathbf{T}_N$).

Analogiczna pozostaje definicja zgodności ternarnych głosowań w kolejności oraz wyborcy decydującego.

DEFINICJA 26. Dwa ternarne głosowania w kolejności R_1 i R_2 są **zgodne aż do wyborcy** a , jeśli $qR_1 = qR_2$ oraz $(tR_1)x = (tR_2)x$ dla wszystkich $x \in N$ takich, że $(qR_1)x \leq (qR_1)a$.

DEFINICJA 27. Niech V będzie ternarną grą wyborczą, niech R będzie ternarnym głosowaniem w kolejności. Wyborca a jest **wyborcą decydującym** (*pivot*) w R dla V , jeśli a jest pierwszym wyborcą w porządku, który spełnia następujący warunek:

$$V(tS) = V(tR) \quad \text{dla wszystkich ternarnych głosowań}$$

$$\text{w kolejności } S \text{ zgodnych z } R \text{ aż do wyborcy } a.$$

Oznaczamy: $a := \text{piv}(V, R)$.

TWIERDZENIE 6. Zawsze istnieje dokładnie jeden wyborca decydujący w ternarnym głosowaniu w kolejności.

DOWÓD.

Przeprowadzamy takie samo rozumowanie jak w Twierdzeniu 3. □

Interpretacja powyższych pojęć pozostaje analogiczna do tej z poprzedniego podrozdziału.

3. Wskaźniki siły

W poprzednich podrozdziałach zdefiniowaliśmy proste i ternarne gry wyborcze, opisaliśmy podstawowe pojęcia i fakty. W niniejszym podrozdziale chcemy odpowiedzieć na pytanie, jak można zmierzyć „siłę” dowolnego wyborcy w danej grze wyborczej. Jak przedstawia się jego zdolność wpływania na wynik głosowania na tle innych wyborców? Pojęciami, które pozwalają odpowiedzieć nam na tego typu pytania są **wskaźniki siły** (*power indices*). Poniżej przedstawimy listę najważniejszych wskaźników, które można zastosować zarówno do prostych, jak i ternarnych gier wyborczych.

3.1. Wskaźnik siły Banzhafa. Wskaźnik ten został wprowadzony przez Johna Banzhafa III (1940-) w [2], często nazywany jest również **znormalizowanym wskaźnikiem Banzhafa**.

DEFINICJA 28. **Wynikiem Banzhafa** (*Bz score*) nazywamy funkcję η , która wyborcy a i prostej grze wyborczej W (ternarnej grze wyborczej V) przyporządkowuje liczbę dwupodziałów (trójpodziałów), dla których a jest pozytywnie krytyczny.

Przypomnijmy, że wyborca a jest pozytywnie krytyczny dla dwupodziału lub trójpodziału, gdy przy zmianie swojego głosu o „stopień” w dół (przy reszcie wyborców nie zmieniających swojego głosu), zmienia wynik podziału z 1 na -1 . Warto również zauważyć, że liczba podziałów, w których a jest pozytywnie krytyczny jest równa liczbie podziałów, w których a jest negatywnie krytyczny. Jest tak dlatego, że każdemu podziałowi, w którym a jest pozytywnie krytyczny odpowiada dokładnie jeden podział, w którym a jest negatywnie krytyczny (przy takich samych głosach pozostałych wyborców) otrzymywany poprzez zmianę głosu a o „stopień” w dół.

Wraz z definicją wyniku Banzhafa otrzymujemy definicję indeksu Banzhafa.

DEFINICJA 29. **Wskaźnik Banzhafa** $\beta_a[W]$ dla wyborcy a w grze wyborczej W jest zdefiniowany następująco:

$$\beta_a[W] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\eta_a[W]}{\sum_{x \in N} \eta_x[W]},$$

gdzie W jest prostą lub ternarną grą wyborczą.

Zauważmy, że suma wskaźników Banzhafa po wszystkich wyborcach wynosi 1. Dlatego też znormalizowany wskaźnik Banzhafa informuje nas o względnej sile głosu każdego wyborcy dla danej gry wyborczej.

3.2. Absolutny wskaźnik siły Banzhafa. Wskaźnik ten po raz pierwszy został zdefiniowany przez Lionela Penrose’a (1898-1972) w [16], jednak nie zyskał w tamtym czasie rozgłosu. Dopiero dzięki pracom Johna Banzhafa został wprowadzony na stałe do literatury. Figuruje on w niej pod

nazwą **absolutnego wskaźnika Banzhafa** lub **wskaźnika Penrose’a-Banzhafa**. Istnieją pewne różnice w sposobie obliczania tego indeksu w zależności od rodzaju gry wyborczej (choć interpretacja jest taka sama dla obu typów). Zaczniemy od definicji dla prostych gier wyborczych.

DEFINICJA 30. Absolutny wskaźnik Banzhafa $\beta'_a[W]$ dla wyborcy a w prostej grze wyborczej W zdefiniowany jest w następujący sposób:

$$\beta'_a[W] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\eta_a[W]}{2^{n-1}},$$

gdzie $n = |N|$.

Absolutny wskaźnik Banzhafa informuje nas, jakie w modelu Bernoullego jest prawdopodobieństwo, że w prostej grze wyborczej wyborca a będzie wyborcą krytycznym.

Następujące dwa twierdzenia wraz z dowodami pochodzą z [9].

TWIERDZENIE 7. Dla SVG W w modelu Bernoullego zachodzi (tutaj P oznacza miarę probabilistyczną w modelu Bernoullego):

$$\begin{aligned} \beta'_a[W] &= P(a \text{ jest krytyczny}) = P(a \text{ jest krytyczny} | a \text{ głosuje „za”}) = \\ &= P(a \text{ jest krytyczny} | a \text{ głosuje „przeciw”}). \end{aligned}$$

DOWÓD.

Wiemy, że liczba dwupodziałów, w których wyborca a jest krytyczny wynosi $2\eta_a$, ponieważ liczba dwupodziałów, w których a jest pozytywnie krytyczny jest równa liczbie dwupodziałów, dla których a jest negatywnie krytyczny. Stąd dostajemy od razu ostatnią równość. Z kolei dla SVG W i modelu Bernoullego, w którym każdy dwupodział jest równo prawdopodobny mamy:

$$P(a \text{ jest krytyczny}) = \frac{2\eta_a[W]}{2^n} = \frac{\eta_a[W]}{2^{n-1}} = \beta'_a[W].$$

Ale wiemy również ze wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe, że:

$$P(a \text{ jest krytyczny} | a \text{ głosuje „za”}) = \frac{\eta_a/2^n}{1/2} = \frac{\eta_a[W]}{2^{n-1}} = \beta'_a[W].$$

□

Wprowadźmy teraz pewne pojęcia, które pozwolą nam w wielu sytuacjach na policzenie wyniku Banzhafa w prostszy sposób.

DEFINICJA 31. Dla dowolnej prostej gry wyborczej W połóżmy:

$$\omega[W] \stackrel{\text{def}}{=} |\{B \in \{-1, 1\}^N : WB = 1\}|.$$

Dodatkowo, dla dowolnego wyborcy a zdefiniujemy

$$\omega_a[W] \stackrel{\text{def}}{=} |\{B \in \{-1, 1\}^N : WB = Ba = 1\}|.$$

Wartość $\omega[W]$ informuje nas, ile jest dwupodziałów, dla których wynik gry jest pozytywny. Z kolei wartość $\omega_a[W]$ mówi nam, ile jest dwupodziałów takich, że a zgadza się pozytywnie z wynikiem B w W . Przedstawimy teraz twierdzenie wiążące ze sobą wartości η_a , ω , ω_a dla danej prostej gry wyborczej W .

TWIERDZENIE 8. Niech a będzie wyborcą w SVG W . Niech $\mathbf{Y}_a$ będzie połową przestrzeni $\mathbf{B}_N$, w której a głosuje „za”, $\mathbf{Y}_a = \{B : Ba = 1\}$. Wtedy w zbiorze $\mathbf{Y}_a$ jest dokładnie ω_a dwupodziałów z pozytywnym wynikiem, a z kolei w jego dopełnieniu $\mathbf{B}_N - \mathbf{Y}_a$ jest dokładnie $\omega_a - \eta_a$ dwupodziałów z pozytywnym wynikiem w W . Dodatkowo zachodzi równość:

$$\eta_a = 2\omega_a - \omega.$$

DOWÓD.

Parujemy każdy dwupodział $B \in \mathbf{Y}_a$ z dwupodziałem B' , w którym a głosuje „przeciw”, ale pozostali wyborcy głosują tak samo jak w B , to znaczy $B'a = -1$, ale $Bx = B'x$ dla każdego innego wyborcy $x \in N$. Oczywiście $B' \notin \mathbf{Y}_a$. Jeśli $WB = -1$, to tak samo jest dla dwupodziału B' (z warunku monotoniczności). Rozpatrzmy teraz te dwupodziały, których wynik jest pozytywny, czyli $WB = 1$. Są to dokładnie te dwupodziały, dla których a zgadza się pozytywnie z wynikiem WB , zatem zgodnie z Definicją 31 jest ich dokładnie ω_a . Wśród nich rozróżniamy dwa typy. Pierwsze z nich to te, w których a jest pozytywnie krytyczny – jest ich dokładnie η_a . Jeśli B jest tego rodzaju dwupodziałem, to oczywiście B' ma wynik negatywny. Z kolei pozostałe dwupodziały, których jest $\omega_a - \eta_a$, mają pozytywny wynik, ale wyborca a nie jest dla nich krytyczny, co oznacza, że dla $B \in \mathbf{Y}_a$ tego typu, B' wciąż ma wynik pozytywny ($WB' = 1$). Stąd istnieje dokładnie $\omega_a - \eta_a$ dwupodziałów o wyniku pozytywnym w $\mathbf{B}_N - \mathbf{Y}_a$. Zatem liczba wszystkich dwupodziałów takich, że ich wynik jest pozytywny wynosi dokładnie

$\omega_a + \omega_a - \eta_a = 2\omega_a - \eta_a$. Ale zgodnie z definicją ω otrzymujemy równość $\omega = 2\omega_a - \eta_a$, a stąd żadaną równość $\eta_a = 2\omega_a - \omega$. $\square$

Przejdźmy teraz do absolutnego indeksu siły Banzhafa dla ternarnych gier wyborczych. Jak się okaże, definicja jest analogiczna jak w wypadku prostych gier wyborczych.

DEFINICJA 32. Niech V będzie TVG ze zgromadzeniem N oraz wyborcą a . **Absolutnym wskaźnikiem siły Banzhafa** dla wyborcy a przy grze wyborczej V nazywamy funkcję β' , zdefiniowaną wzorem:

$$\beta'[V] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\eta_a[V]}{3^{n-1}},$$

gdzie $\eta_a[V]$ jest liczbą trójpodziałów, w których a jest pozytywnie krytyczny oraz $n = |N|$.

Zauważmy również pewną różnicę w definicji β' jako prawdopodobieństwa.

TWIERDZENIE 9. Dla ternarnej gry wyborczej V oraz wyborcy a zachodzą następujące wzory (P oznacza miarę probabilistyczną w ternarnym modelu Bernoullego):

$$P(a \text{ jest krytyczny}) = \frac{2}{3}\beta'_a[V],$$

$$\begin{aligned} \beta'_a[V] = & P(a \text{ jest pozytywnie krytyczny} | a \text{ głosuje „za”}) + \\ & + P(a \text{ jest pozytywnie krytyczny} | a \text{ wstrzymuje się od głosu}). \end{aligned}$$

DOWÓD.

Weźmy dowolną ternarną grę wyborczą V i wyborcę a ze gromadzenia N . Niech α oznacza liczbę trójpodziałów, dla których a jest pozytywnie krytyczny, gdy głosuje „za”. Zauważmy, że wtedy liczba trójpodziałów, dla których a jest negatywnie krytyczny, gdy wstrzymuje się od głosu również jest równa α . Wynika to z faktu, że istnieje bijekcja między powyższymi zbiorami trójpodziałów. Bijekcję tę konstruuje się następująco.

Niech T oznacza trójpodział, dla którego a jest pozytywnie krytyczny i głosuje „za”, to znaczy $Ta = 1$, $VT = 1$, ale już $VT_{a\downarrow} = -1$ (zgodnie z Definicją 22). Ale wtedy, zgodnie z Definicją 22, wyborca a w trójpodziale $T_{a\downarrow}$ jest negatywnie krytyczny i wstrzymuje się od głosu. Zatem każdemu trójpodziałowi S , dla którego a jest pozytywnie krytyczny i głosuje „za”,

odpowiada trójpodział S , w którym a jest negatywnie krytyczny i wstrzymuje się od głosu, utworzony poprzez zmianę głosu wyborcy a z „za” na „wstrzymuję się”. I odwrotnie - każdemu trójpodziałowi R , w którym a jest negatywnie krytyczny i wstrzymuje się od głosu odpowiada trójpodział R , w którym a jest pozytywnie krytyczny i głosuje „za”. Odpowiedniości te są wzajemnie odwrotne.

Dalej, niech γ oznacza liczbę trójpodziałów, dla których a jest negatywnie krytyczny i głosuje „przeciw”. Przeprowadzając analogiczne rozumowanie jak wyżej otrzymujemy, że γ to również liczba trójpodziałów, w których a jest pozytywnie krytyczny i wstrzymuje się od głosu. Oczywiście $\alpha + \gamma = \eta_a[V]$. Otrzymujemy również, że liczba trójpodziałów, w których a jest krytyczny i wstrzymuje się od głosu wynosi $\alpha + \gamma$. Spójrzmy teraz na pierwszą równość:

$$\begin{aligned} P(a \text{ jest krytyczny}) &= P(a \text{ jest krytyczny i głosuje „za”}) + \\ &+ P(a \text{ jest krytyczny i wstrzymuje się od głosu}) + \\ &+ P(a \text{ jest krytyczny i głosuje „przeciw”}) = \\ &= \frac{\alpha}{3^n} + \frac{\alpha + \gamma}{3^n} + \frac{\gamma}{3^n} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\eta_a[V]}{3^{n-1}} = \frac{2}{3} \beta'_a[V]. \end{aligned}$$

Drugą równość otrzymujemy w następujący sposób:

$$\begin{aligned} P(a \text{ jest pozytywnie krytyczny} | a \text{ głosuje „za”}) &+ \\ &+ P(a \text{ jest pozytywnie krytyczny} | a \text{ wstrzymuje się od głosu}) = \\ &= \frac{\alpha/3^n}{1/3} + \frac{\gamma/3^n}{1/3} = \frac{\eta_a[V]}{3^{n-1}} = \beta'_a[V]. \end{aligned}$$

□

Podamy jeszcze jedno twierdzenie związane z interpretacją probabilistyczną absolutnego wskaźnika Banzhafa.

TWIERDZENIE 10. Dla ternarnej gry wyborczej V oraz wyborcy a zachodzi następujący wzór (P oznacza miarę probabilistyczną w ternarnym modelu Bernoullego):

$$P(a \text{ zmieni wynik głosowania poprzez zmianę swojego głosu}) = \beta'_a[V].$$

Przez zmianę głosu rozumiemy możliwość zmiany głosu zarówno o jeden „stopień”, jak również o dwa „stopnie”.

DOWÓD.

Weźmy dowolną ternarną grę wyborczą V i wyborcę a ze gromadzenia N . Niech α i γ będą takie, jak w dowodzie Twierdzenia 9. Szukamy liczby trójpodziałów, w dla których zmiana głosu a powoduje zmianę wyniku głosowania. Rozpatrzmy najpierw możliwe zmiany wyniku gry wyborczej z 1 na -1. Gracz a wpływa w tym wypadku na wynik, kiedy może obniżyć swoje poparcie, czyli gdy głosuje „za” lub wstrzymuje się od głosu. Szukamy liczby takich trójpodziałów S , że $Sa = 0$ i $VS = 1$, ale $VS_{a\downarrow} = -1$. Ale to jest dokładnie liczba trójpodziałów, w których a jest pozytywnie krytyczny i wstrzymuje się od głosu - ta liczba to γ .

Kolejnym krokiem w dowodzie jest znalezienie liczby takich trójpodziałów R , że $Ra = 1$ oraz $VR = 1$, ale $VR_{a\downarrow} = -1$. Ale ponownie widzimy, że trójpodziały spełniające ten warunek to trójpodziały, w których a jest pozytywnie krytyczny i głosuje „za” - ich liczba wynosi α . Została nam do znalezienia liczba trójpodziałów T takich, że $Ta = 1$, $VT = 1$, $VT_{a\downarrow} = 1$, ale $VT_{a\downarrow\downarrow} = -1$ ($T_{a\downarrow\downarrow}$ oznacza trójpodział spełniający warunek $T_{a\downarrow\downarrow}a = -1$, czyli następuje zmiana głosu a o dwa „stopnie” w dół w stosunku do trójpodziału T). Są to wszystkie trójpodziały, w których zmianę głosu powoduje dopiero zmiana głosu z „za” na „przeciw”. Ale jest ich dokładnie γ . Wynika to z faktu, że liczba trójpodziałów, w których dopiero zmiana głosu a z „za” na „przeciw” powoduje zmianę wyniku głosowania jest równa liczbie trójpodziałów, w których a jest pozytywnie krytyczny i wstrzymuje się od głosu. Zatem liczba wszystkich trójpodziałów, w których zmiana głosu gracza a powoduje zmianę wyniku gry V z 1 na -1 jest równa $2\gamma + \alpha$.

Przeprowadzając analogiczne rozumowanie jak wyżej dla przypadku, w którym zmiana głosu a powoduje zmianę wyniku głosowania z -1 na 1 otrzymujemy, że liczba trójpodziałów spełniająca ten warunek wynosi $2\alpha + \gamma$. Zatem liczba wszystkich trójpodziałów, w których zmiana głosu gracza a zmienia wynik głosowania jest równa $3(\alpha + \gamma)$. Stąd otrzymujemy:

$$\begin{aligned} P(a \text{ zmieni wynik głosowania poprzez zmianę swojego głosu}) &= \\ &= \frac{3\alpha + 3\gamma}{3^n} = \frac{3\eta_a[V]}{3^n} = \frac{\eta_a[V]}{3^{n-1}} = \beta'_a[V]. \end{aligned}$$

□

Interpretacje probabilistyczne absolutnego indeksu Banzhafa są bardzo ważne, ponieważ dzięki temu właśnie spojrzeniu można policzyć wymieniony wskaźnik w sytuacji, gdy niekoniecznie każda z opcji wyboru ma równe prawdopodobieństwo.

3.3. Wskaźnik Shapleya-Shubika. Jednym z najbardziej znanych indeksów siły dla gracza jest wskaźnik Shapleya-Shubika. Został on opisany po raz pierwszy w 1954 roku przez Lloyda Shapleya oraz Martina Shubika w pracy [17]. W powyższym indeksie dla prostych gier wyborczych rozpatrujemy tylko te koalicje, w których wyborca a jest krytyczny.

DEFINICJA 33. Niech $\mathcal{W}$ będzie prosta grą wyborczą ze zgromadzeniem N , $n = |N|$ oraz niech a będzie wyborcą z N . **Wskaźnikiem Shapleya-Shubika** dla wyborcy a nazywamy wartość:

$$\phi_a[\mathcal{W}] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{X: a \text{ jest krytyczny w } X} \frac{(|X| - 1)!(n - |X|)!}{n!}.$$

Z kolei dla gry W , która jest równoważna grze $\mathcal{W}$, ale jest zapisana w języku dwupodziałów, otrzymujemy:

$$\phi_a[W] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{B: a \text{ jest pozytywnie krytyczny dla } B} \frac{(|B^+| - 1)!(n - |B^+|)!}{n!}.$$

Patrząc na powyższą definicję zauważmy, że tak zdefiniowany indeks Shapleya-Shubika dla gier prostych nie będzie miał bezpośredniego przełożenia dla ternarnych gier wyborczych. Dlatego w pracy [7] zostało udowodnione następujące twierdzenie mówiące nam o równoważności opisu indeksu Shapleya-Shubika w zdefiniowanej wcześniej przestrzeni prostych głosowań w kolejności.

Twierdzenie 11. Niech $\mathbf{R}_N$ będzie przestrzenią prostych głosowań w kolejności oraz a niech będzie wyborcą w prostej grze W . Wtedy:

$$\begin{aligned}\phi_a[W] &= P(a \text{ jest wyborcą decydującym w } W) = \\ &= \frac{|\{R \in \mathbf{R}_N : a = \text{piv}(W, R)\}|}{n!2^n}.\end{aligned}$$

Powyższe twierdzenie mówi nam, że wskaźnik Shapleya-Shubika możemy obliczyć również jako prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym prostym głosowaniu w kolejności R wyborca a będzie wyborcą decydującym (zgodnie z Definicją 14). Zdefiniujmy teraz powyższy indeks w przypadku ternarnych gier wyborczych.

Definicja 34. Niech $\hat{\mathbf{R}}_N$ będzie przestrzenią ternarnych głosowań w kolejności i niech a będzie wyborcą w ternarnej grze V . Wtedy **wskaźnikiem Shapleya-Shubika** dla wyborcy a w ternarnej grze wyborczej V nazywamy następujące prawdopodobieństwo w przestrzeni $\hat{\mathbf{R}}_N$:

$$\begin{aligned}\phi_a[V] &= P(a \text{ jest wyborcą decydującym w } V) = \\ &= \frac{|\{R \in \hat{\mathbf{R}}_N : a = \text{piv}(V, R)\}|}{n!3^n}.\end{aligned}$$

Interpretacja powyższej definicji jest analogiczna jak w przypadku prostej gry wyborczej.

Zauważmy również, że zgodnie z definicją wyborcy decydującego i definicją wskaźnika Shapleya-Shubika możemy stwierdzić (Twierdzenia 3 i 6), że suma tych wskaźników dla wszystkich graczy zawsze wynosi 1.

3.4. Wskaźnik efektywności Colemana. Zapoznamy się teraz ze wskaźnikiem, który został wprowadzony po raz pierwszy przez amerykańskiego socjologa Jamesa Colemana (1926-1995) w [5]. Indeks ten różni się od poprzednich tym, że oblicza się go nie dla poszczególnych wyborców, ale dla całego zgromadzenia. Jest to prawdopodobieństwo, że losowo wybrany podział zgromadzenia będzie w stanie przegłosować daną propozycję.

Definicja 35. **Wskaźnikiem efektywności Colemana** przy danej prostej grze wyborczej W nazywamy liczbę:

$$C[W] = \frac{\omega[W]}{2^n},$$

gdzie $\omega[W] = \#\{B : WB = 1\}$, czyli jest to liczba wszystkich dwupodziałów, dla których wynik głosowania jest pozytywny, oraz gdzie $n := |N|$.

Dla gier ternarnych mamy analogiczną definicję.

DEFINICJA 36. Niech V będzie ternarną grą wyborczą ze zgromadzeniem N , $n := |N|$. **Wskaźnik efektywności Colemana** dla danej gry ternarnej V to liczba:

$$C[V] = \frac{\omega[V]}{3^n},$$

gdzie $\omega[V] = \#\{T : VT = 1\}$ - liczba wszystkich trójpodziałów, dla których wynik głosowania jest dodatni.

ROZDZIAŁ 2

Liga Narodów. Organizacja Narodów Zjednoczonych

W obecnym rozdziale zaznajomimy się z historią Organizacji Narodów Zjednoczonych oraz jej poprzedniczki – Ligi Narodów. Przedstawimy także różne zasady głosowania w tych organizacjach międzynarodowych. W tym celu opiszemy teraz podstawowe większości, przy których dane propozycje są uchwalane:

- (a) większość całkowita – większość ta jest osiągnięta, gdy ponad połowa wszystkich członków uprawnionych do głosowania głosuje „za”,
- (b) większość bezwzględna – osiągana jest, gdy ponad połowa osób biorąca udział w głosowaniu jest „za” (osoby wstrzymujące się od głosu również traktujemy jako głosujące),
- (c) większość zwykła – występuje, gdy więcej jest głosów „za” niż „przeciw”.

1. Liga Narodów

Pierwsza wojna światowa była precedensem w skali światowej – nigdy wcześniej nie miała miejsca wojna angażująca tak wiele państw z różnych kontynentów, wprowadzająca do użytku nowe śmiertelne bronie, zmieniająca dotychczasowy porządek świata. W jej wyniku upadły dotychczasowe mocarstwa: Austro-Węgry, Cesarstwo Niemieckie, Turcja oraz carska Rosja. Wiele państw uzyskało niepodległość, między innymi Czechosłowacja, Jugosławia, Polska. Powstał też jeden z najbardziej zbrodniczych systemów w historii ludzkości – komunizm.

1.1. Historia Ligi Narodów. W celu uniknięcia kolejnej wojny wielu polityków zaczęło zastanawiać się nad powołaniem światowej organizacji stojącej na straży pokoju na świecie. Jedną z najważniejszych takich osób był prezydent Stanów Zjednoczonych Ameryki Thomas Woodrow Wilson.

8 stycznia 1916 roku w Kongresie Stanów Zjednoczonych przedstawił on 14 punktów, z których ostatni brzmiał: „Winno być utworzone powszechne zrzeczenie narodów na podstawie szczegółowych umów celem udzielenia wszystkim państwom, zarówno wielkim, jak i małym, wzajemnych gwarancji niezawisłości politycznej i całości terytorialnej”. Podczas paryskiej konferencji pokojowej (1919-1920) zawarty został Traktat Wersalski – porozumienie między państwami kończące Wielką Wojnę. Jednym z jego postanowień było powołanie do życia Ligi Narodów – międzynarodowej organizacji, której głównym zadaniem było utrzymanie pokoju na świecie.

Zgodnie z postanowieniami Paktu Ligi Narodów ustalono, że siedzibą nowej organizacji będzie szwajcarskie miasto Genewa. Najważniejszymi organami Ligi były: Zgromadzenie oraz Rada, która była odpowiednikiem obecnej Rady Bezpieczeństwa ONZ. Zgodnie z Paktem [26] Zgromadzenie Ligi Narodów składało się z przedstawicieli państw członkowskich Ligi. Zbierało się ono w określonych terminach (lub w nagłych wypadkach) w swojej siedzibie w Genewie lub innych wyznaczonych w tym celu miejscach. W Zgromadzeniu każde państwo mogło być reprezentowane przez co najwyżej trzech przedstawicieli oraz posiadało jeden głos. Decyzje zapadały w wyniku jednomyślnego głosowania państw członkowskich obecnych na posiedzeniu (chyba, że wcześniej zostało zaznaczone inaczej). Wspomnijmy, że wśród czterdziestu dwóch państw założycielskich nie było Rosji Radzieckiej oraz Niemiec - dwóch państw, które tak bardzo wpłynęły później na bieg historii. Członkostwo Niemiec w Lidze blokowała Francja w związku z Wielką Wojną, natomiast Rosja Radziecka była w tym czasie izolowana na arenie międzynarodowej.

1.2. Głosowania w Lidze Narodów. Zgodnie z artykułem 5 Paktu Ligi Narodów: „Jeżeli wyraźnie nie zostało inaczej postanowione w niniejszym Pakcie lub w postanowieniach niniejszego Traktatu, decyzje Zgromadzenia lub Rady zapadają przez jednomyślną uchwałę członków Ligi reprezentowanych na posiedzeniu”. W trakcie początkowych obrad ustalono wyjątki od tej reguły, które są następujące (zgodnie z [12]):

- przyjęcie nowych członków – dwie trzecie głosów Zgromadzenia,
- ustalenie zasad wyboru członków niestałych Rady – dwie trzecie głosów Zgromadzenia,

- wybór niestałych członków Rady – zwykła większość głosów w Zgromadzeniu,
- mianowanie członków stałych Rady – większość bezwzględna w Zgromadzeniu,
- przegłosowanie nowelizacji Paktu Ligi Narodów – trzy czwarte głosów Zgromadzenia, włączając to wszystkich członków Rady (ratyfikacje tychże nowelizacji wymagały większości bezwzględnej głosów Zgromadzenia, włączając członków Rady)
- zwiększenie liczebności Rady – większość głosów Zgromadzenia, przy jednoczesnej jednomyślności Rady,
- decyzje dotyczące procedur – zwykła większość członków Rady lub Zgromadzenia (w zależności od tego, jakie ciało podejmuje decyzję),
- decyzje dotyczące konfliktów między państwami, sankcji itp. – zgoda wszystkich członków Rady oraz dodatkowo zgoda większości pozostałych obecnych członków Zgromadzenia, z wyłączeniem głosów państw, które są przedmiotem głosowania,
- wybór członków Stałego Trybunału Sprawiedliwości Międzynarodowej – wymagana zwykła większość w Radzie oraz zwykła większość w Zgromadzeniu,
- mianowanie Sekretarza Generalnego – jednomyślność Rady oraz większość głosów Zgromadzenia,
- sprawy dotyczące terytorium Saary – większość głosów Rady.

Warto w tym miejscu wspomnieć o propozycji wyboru członków niestałych przedstawionej przez delegację norweską. Postulowali oni wprowadzenie systemu pojedynczego głosu przechodniego (*single transferable vote*). Polega on na szeregowaniu kandydatów od najbardziej pożądanego do najmniej popieranego przez każdego wyborcę, w ten sposób eliminując kandydatów z najsłabszym poparciem aż do ostatecznego wyboru. Zdaniem Norwegii, system ten umożliwiłby zwiększenie reprezentatywności Rady. Zgromadzenie Ligi nie uznało jednak za stosowne przyjąć ten sposób wyboru członków niestałych.

1.3. Rada Ligi Narodów. W artykule 4 Paktu określono zasadę działania Rady Ligi Narodów. Zgodnie z nim Rada początkowo składała się

z „przedstawicieli Głównych Mocarstw Sprzymierzonych i Stowarzyszonych oraz z przedstawicieli czterech innych członków Ligi”. Do pierwszej grupy należały następujące kraje: Wielka Brytania, Francja, Włochy, Japonia oraz Stany Zjednoczone. Zostały one stałymi członkami Rady. Pierwszymi członkami rotacyjnymi były Hiszpania, Grecja, Belgia oraz Brazylia. Zatem u jej zarania Rada składała się z dziewięciu członków. Interesujący jest fakt, że w skład Ligi nie weszły jednak ostatecznie Stany Zjednoczone, pomimo, iż to właśnie one najbardziej nalegały na powstanie Ligi. Kongres Stanów Zjednoczonych zablokował decyzję o wejściu tego kraju do nowopowstałej organizacji (polityka izolacjonizmu). W związku z tym, jedno miejsce członka stałego pozostało puste. Nowych członków stałych Rada mogła mianować jedynie za zgodą większości bezwzględnej Zgromadzenia (zgodnie z artykułem 4 Paktu). Podobnie Zgromadzenie ustalało większością dwóch trzecich regulamin wyboru nowych członków niestałych. Każde państwo w Radzie dysponowało jednym przedstawicielem oraz jednym głosem.

Prześledźmy teraz, jak zmieniał się skład Rady w ciągu dwudziestolecia międzywojennego. Jak wspomnieliśmy, początkowo w Radzie było 9 miejsc: 5 dla stałych członków (jedno pozostało wolne wobec absencji Stanów Zjednoczonych) oraz 4 dla członków niestałych, których długość kadencji miała być ustalana przez Zgromadzenie. W 1922 roku zwiększono liczbę miejsc w Radzie do 10, jednocześnie zmieniając jej proporcje – Rada liczyła teraz 4 stałych członków i 6 rotacyjnych. Ustalono, że co roku jedna trzecia członków niestałych wybierana będzie na 3-letnią kadencję. Po jej zakończeniu państwo, które chciało ponownie zgłosić swój akces do Rady musiało odczekać trzy lata, zanim Liga rozpatrywała jego kandydaturę. Taki stan utrzymywał się do roku 1926, kiedy to członkostwo w Lidze, dzięki staraniom niemieckiego ministra spraw zagranicznych Gustava Stresemanna uzyskały Niemcy. Duży wpływ na tę decyzję Zgromadzenia miał fakt, iż 4 lata wcześniej w Rapallo państwo niemieckie podpisało porozumienie o współpracy ze Związkiem Sowieckim. Wejście Niemiec do Ligi Narodów poprzedził również układ w Locarno z 1925 roku, w którym Niemcy zagwarantowały nienaruszalność swoich zachodnich granic. Wraz ze wstąpieniem Niemiec do organizacji w największym stopniu zmieniono strukturę Rady Ligi Narodów. Liczbę stałych miejsc w Radzie zwiększono do pięciu – do Wielkiej Brytanii,

Francji, Japonii oraz Włoch dołączyły właśnie Niemcy. Zwiększono również liczbę członków niestałych – od teraz 7 miejsc było przeznaczonych dla pozostałych państw z Ligi. Dodatkowo, utworzono dwa miejsca dla półstałych członków – Polski oraz Hiszpanii. Kraje te mogły ubiegać się o reelekcję bez przepisowego okresu przerwy trzech lat. Roszczenia Polski wsparła Francja, argumentując, że obecność Polski w Radzie będzie przeciwwagą dla obecności państwa niemieckiego. W ten sposób Polska zasiadała w Radzie nieprzerwanie do roku 1938, kiedy to sama zrezygnowała z reelekcji.

Wydaje się, że przełomowym dla Ligi Narodów był rok 1933, kiedy to wystąpiły z niej najpierw Japonia, a kilka miesięcy później również Niemcy. Kraj Kwitnącej Wiśni dwa lata wcześniej, w 1931 roku, przeprowadził inwazję na należącą do Chin Mandżurię, wbrew wcześniejszym paktom międzynarodowym, m.in. wbrew paktowi Branda-Kelloga (1928), w którym wyrzekano się przemocy w polityce zagranicznej. Liga Narodów długo nie mogła ustosunkować się do tego ataku. Dopiero 24 lutego 1933 roku Zgromadzenie zaakceptowało raport komisji pod przewodnictwem lorda Lyttona potępiający agresję Japonii oraz mówiący o tym, że Mandżuria stanowi integralną część Chin. W związku z tym faktem Japonia postanowiła zrezygnować z członkostwa w Lidze Narodów. W tym samym roku, w styczniu w Niemczech do władzy doszedł Adolf Hitler. Kilka miesięcy później, w trakcie trwającej konferencji rozbrojeniowej nowy kanclerz Niemiec nie chciał zgodzić się na francuski plan kontrolowanej rozbudowy niemieckiej armii. W związku z tym delegacja niemiecka opuściła w październiku 1933 roku konferencję. Kilka dni później Niemcy zrezygnowały również z członkostwa w Lidze Narodów. Od tego czasu dwa stałe miejsca w Radzie pozostawały nieobsadzone. W tym samym roku dodano również dziesiąte miejsce w Radzie dla członka rotacyjnego (wliczając członków półstałych) na okres 3 lat.

Rok później, po wielu latach izolacjonizmu, postanowiono przyjąć Związek Socjalistycznych Republik Sowieckich w poczet Ligi Narodów dzięki staraniom państwa francuskiego. Widziano w ZSRS potencjalnego sojusznika przeciwko Japonii, zaś Związek Sowiecki, który po dojściu Hitlera do władzy pogorszył swoje relacje z Niemcami, zreorganizował swoją politykę wobec państw zachodnich. Postanowiono, że miejsce Niemiec w Radzie jako stałego członka zajmie właśnie ZSRS. W 1936 roku utrzymano dziesiąte miejsce

w Radzie i dodano jedenaste dla członka niestałego - oba na okres 3 lat.

Kolejny rozłam w Lidze nastąpił w 1937 roku, kiedy to faszystowskie Włochy pod przywództwem Benita Mussoliniego wystąpiły z Ligi. Wyjście to poprzedzone było agresją włoską na Abisynię (która była członkiem Ligi) oraz podpisaniem Paktu Antykominternowskiego. Podczas ataku Włoch ujawniła się słabość Rady Ligi Narodów, która nie mogła wypracować żadnego stanowiska w tej sprawie. Liga Narodów ostatecznie straciła na znaczeniu w 1939, kiedy wybuchła II wojna światowa po agresji nazistowskich Niemiec na Polskę 1 września. Następnie członek Rady - ZSRS - zaatakował innego członka Ligi - walczącą Polskę 17 września. Jednak Związek Sowiecki został wydalony z Ligi dopiero później, po ataku na Finlandię. Liga Narodów formalnie została rozwiązana w 1946 roku.

Warto zauważyć, że siła głosu każdego państwa w Radzie była taka sama, a różnica we wpływie na podejmowane decyzje wynikała tylko z faktu i charakteru członkostwa w Radzie (stałe, półstałe i rotacyjne). Siła głosu w łączonej procedurze decyzyjnej (sytuacja, gdy zarówno Rada jak i Zgromadzenie musiały przegłosować daną propozycję) zależała natomiast tylko od faktu, czy kraj był członkiem Rady, czy też nie. Wtedy członkowie Rady posiadali inną siłę głosu od pozostałych państw członkowskich z racji uczestniczenia w dwóch głosowaniach, a nie tylko w jednym.

1.4. Ocena działalności Ligi Narodów. Wydaje się, że największą bolączką w działaniu zarówno Zgromadzenia jak i Rady stanowił konflikt interesów wielu najważniejszych państw świata. Wiele rezolucji zostało zablokowanych i nigdy nie weszło w życie, ponieważ nie chciano izolować agresorów z powodów ekonomicznych i gospodarczych. Najsilniejsi członkowie Ligi tworzyli w pewnym sensie własny „klub”, mnogość ich kontaktów i interesów powodowała, że nie byli oni skłonni nakładać na siebie nawzajem żadnych sankcji. W efekcie najbardziej cierpiały małe państwa, które same nie mogły sobie poradzić z atakującymi je potęgami. Bardzo duży wpływ miał również system głosowania. Reguła jednomyślności powodowała, że państwo, które było przedmiotem głosowania, mogło wetować niewygodne dla siebie uchwały. Wspomniane czynniki prowadziły bardzo często do impasu w podejmowaniu decyzji przez Ligę, co w efekcie doprowadziło do paraliżu w działaniu tejże organizacji. W konsekwencji, pod koniec okresu międzywojennego Liga

Narodów nie miała już żadnego wpływu na światowe wydarzenia, co w ostateczności doprowadziło do jej rozwiązania. Jej miejsce zajęło po wojnie nowe międzynarodowe zrzeszenie państw - Organizacja Narodów Zjednoczonych.

Polska, jako kraj odzyskujący niepodległość po I wojnie światowej, musiała odnaleźć się w nowej rzeczywistości sankcjonowanej traktatem wersalskim. Dlatego z nadzieją spoglądała w kierunku nowo powstałej Ligi Narodów. Sąsiadująca z wrogimi nam państwami: Niemcami i Związkiem Sowieckim widziała w Lidze strażnika ładu wersalskiego, który w pewnym stopniu gwarantował jej niepodległość, dlatego od początku istnienia Ligi starała się uczestniczyć w podejmowanych działaniach. Kolejni przedstawiciele polscy w Lidze aktywnie brali udział w wielu przedsięwzięciach mających na celu pokojową egzystencję między państwami. Gdy pojawiła się propozycja przyjęcia Niemiec do Rady jako stałego członka, Polska wynegocjowała dla siebie status członka półstałego, gwarantujący jej ciągłą reelekcję do Rady, co też miało przez długi czas miejsce. W latach trzydziestych ujawniła się niestety słabość Ligi, dlatego rząd polski postanowił sam zatroszczyć się o bezpieczeństwo państwa, pokładając od tej pory mniejszą ufność w działalności i możliwościach międzynarodowej organizacji. Efektem takiego działania były pakt o nieagresji podpisane ze Związkiem Sowieckim w 1932 roku i z Niemcami w 1934 roku po dojściu Hitlera do władzy. Wraz z powolnym rozpadem Ligi Narodów Polska wycofywała się z aktywnej działalności, czego ostatecznym akordem było zrezygnowanie z zasiadania w Radzie w 1938 roku. Rok później niepodległa Polska na własnej skórze przekonała się o braku jakiegokolwiek wpływu Ligi na ważne światowe wydarzenia.

2. Organizacja Narodów Zjednoczonych

Dwadzieścia jeden lat po zakończeniu Wielkiej Wojny, 1 września 1939 roku w momencie ataku III Rzeszy na Rzeczpospolitą Polską rozpoczął się największy zbrojny konflikt w historii świata - II wojna światowa. W efekcie tego konfliktu po jego zakończeniu prawie połowa Europy znalazła się pod wpływem Związku Sowieckiego, zaprowadzającego na kontrolowanych przez siebie (choć formalnie niezależnych) terenach ustrój komunistyczny. Po zakończeniu krwawej wojny postanowiono raz jeszcze spróbować powołać do życia międzynarodową organizację, która mogłaby zająć miejsce Ligi Narodów, jednak byłyaby od niej skuteczniejsza.

2.1. Powstanie ONZ. Za pierwszy krok w kierunku powstania nowej organizacji uważa się wydarzenia z 12 czerwca 1941 roku, gdy podpisano deklarację mówiącą o współpracy między aliantami zarówno w czasie wojny, jak i w czasie pokoju. Z kolei 14 sierpnia doszło do spotkania prezydenta Stanów Zjednoczonych Franklina Delano Roosevelta oraz brytyjskiego premiera Winstona Churchilla na pokładzie HMS Prince of Wales. Podpisali oni wtedy Kartę Atlantycką – ośmiopunktową deklarację określającą postępowanie tych państw w polityce zagranicznej. 24 września tego roku Karta została również podpisana przez innych sojuszników, m.in. Związek Sowiecki oraz Polskę. Na początku następnego roku 26 państw podpisało 1 stycznia w Waszyngtonie Deklarację Narodów Zjednoczonych, kolejny dokument mówiący o walce z nazizmem i faszyzmem wspólnymi siłami, aż do likwidacji tych ideologii. Przez następne lata dyskutowano na temat tego, jak powinna wyglądać struktura nowej organizacji. Ustalono, że jednym z najważniejszych ciał będzie Rada Bezpieczeństwa – odpowiednik Rady Ligi Narodów. Miała ona w największym stopniu odpowiadać za utrzymanie pokoju na świecie. Na konferencji w Jaltie, gdzie ustalono powojenny porządek świata, ustalono również zasady podejmowania decyzji w Radzie Bezpieczeństwa. Ostatnim krokiem na drodze powstania ONZ była konferencja w San Francisco trwająca od 25 kwietnia do 25 czerwca 1945, podczas której zredagowano Kartę Narodów Zjednoczonych - dokument powołujący do życia ONZ oraz określający zasadę jej działania. 26 czerwca państwa uczestniczące w konferencji podpisały Kartę, na mocy której 24 października 1945 powstała Organizacja Narodów Zjednoczonych [27]. Warto wspomnieć, że na konferencję nie został zaproszony Rząd Polski na uchodźstwie z powodów politycznych (nie był uznawany przez Stalina, z którym nie chciano zerwać współpracy), jednak odegrany został na niej hymn polski przez pianistę Artura Rubenstaina. Dopiero minister spraw zagranicznych Tymczasowego Rządu Jedności Narodowej Wincenty Rzymowski podpisał 15 października 1945 oryginalny dokument, w którym zostawiono miejsce na podpis dla przedstawiciela Polski. W ten sposób Polska również jest zaliczana w poczet państw założycielskich ONZ.

2.2. Struktura ONZ. Organizacja Narodów Zjednoczonych posiada sześć głównych organów. Są to: Zgromadzenie Ogólne, Rada Bezpieczeństwa,

Międzynarodowy Trybunał Sprawiedliwości, Sekretariat, Rada Powiernicza oraz Rada Gospodarcza i Społeczna. W niniejszym podrozdziale opiszemy pięć z nich, zaś szósty, Radę Bezpieczeństwa, przedstawimy w osobnym podrozdziale.

Zgromadzenie Ogólne jest ciałem, które składa się z przedstawicieli (nie więcej niż pięciu) każdego państwa, będącego członkiem ONZ. Zadania oraz reguły działania Zgromadzenia określają artykuły 9.-22. Karty Narodów Zjednoczonych. Raz do roku, we wrześniu, Zgromadzenie rozpoczyna swoje obrady w Nowym Jorku trwające najczęściej do połowy grudnia. Zdarzają się również sesje nadzwyczajne, zwoływane przez Sekretarza Generalnego. W tym czasie na forum Zgromadzenia dyskutuje się na najważniejsze tematy, wymagające stanowiska Zgromadzenia. Na spotkaniach ustala się również, jak będzie wyglądała polityka ONZ w najbliższym czasie. Przedstawiane jest pod głosowania wiele spraw, między innymi wybór członków niestałych Rady Bezpieczeństwa ONZ. **W najważniejszych sprawach wymagana jest większość dwóch trzecich obecnych członków. W pozostałych wypadkach wystarcza zwykła większość.** W obu przypadkach siłą głosów każdego z członków Zgromadzenia jest taka sama. Przeważnie decyzje Zgromadzenia są tylko zaleceniami dla państw, jak należy postępować w danych kwestiach, jednak rekomendacje te nie mają mocy prawnej i nie muszą być przestrzegane. Dlatego Zgromadzenie pełni często rolę doradczą, na przykład na prośbę Rady Bezpieczeństwa wyraża swoją opinię. Przewodniczący obrad jest wybierany co roku z innego regionu geograficznego zwykłą większością głosów.

Międzynarodowy Trybunał Sprawiedliwości jest głównym organem sądowniczym Organizacji Narodów Zjednoczonych, jednak jest od niej niezależny. Swoją siedzibę ma w Haadze – jako jedyny z głównymi organami ONZ nie ma swojej stałej siedziby w Nowym Jorku. Piętnastu sędziów Trybunału, którzy muszą być różnych narodowości, wybieranych jest na dziewięcioletnie kadencje przez Zgromadzenie Ogólne oraz Radę Bezpieczeństwa, przy czym co trzy lata wybiera się pięciu członków. **W tym głosowaniu zarówno w Zgromadzeniu, jak i w Radzie, wymagana jest całkowita większość – oznacza to, że swoje poparcie dla kandydatury musi ogłosić**

ponad połowa wszystkich członków danego ciała. Obecnie w Radzie Bezpieczeństwa w tym przypadku wymagane jest przynajmniej poparcie ośmiu członków (zauważmy, że nieobecność bądź wstrzymanie się od głosu pewnego członka Rady nie zmniejsza wymaganej liczby głosów - główna cecha całkowitej większości). Stali członkowie Rady przy wyborze sędziów nie mają prawa weta. Wybrany sędzia Trybunału może być odwołany tylko i wyłącznie jednomyślną decyzją pozostałych sędziów. Rolą Międzynarodowego Trybunału Sprawiedliwości jest rozstrzyganie sporów wniesionych przez członków ONZ zgodnie z międzynarodowym prawem. Na prośbę innych organów ONZ wydaje on również opinie legislacyjne w wielu sprawach wymagających prawnych interwencji.

Kolejnym podstawowym organem ONZ jest Rada Gospodarcza i Społeczna. Zasady jej działania określają artykuły 62.-66. Karty Narodów Zjednoczonych. Jak sama nazwa wskazuje, jej głównym zadaniem jest nadzór nad szeroko rozumianą działalnością ONZ na polu społecznym oraz gospodarczym. Od początku jej powstania istniały dyskusje na temat wzmocnienia jej ważności. Wynikało to z różnych poglądów państw członkowskich na temat uprzemysłowienia państw. Te wysoko rozwinięte, w przeciwieństwie do rozwijających się, nie przywiązywały wielkiej wagi do znaczenia przemysłu. Dlatego spośród raptem pięciu poprawek wprowadzonych od 1945 roku do Karty Narodów Zjednoczonych, aż dwie dotyczyły właśnie Rady Gospodarczej i Społecznej. Początkowo, Rada ta liczyła 18 członków. W 1965 roku, zwiększono jej liczebność do 27 członków, a sześć lat później ustalono, że będzie ona liczyła 54 członków i ten stan rzeczy trwa do chwili obecnej. Kadencje członków są trzyletnie, przy czym corocznie wybiera się третią część Rady Gospodarczej i Społecznej. **Aby dane państwo zostało wybrane, musi uzyskać większość dwóch trzecich głosów Zgromadzenia. W przypadku, gdy większa liczba państw uzyskała wymaganą większość, miejsca przydziela się kolejno państwom z największą liczbą głosów w Zgromadzeniu.** Rada zajmuje się ochroną praw i wolności człowieka, wspomaganie rozwoju gospodarczego państw, aspektami zdrowia publicznego, kultury oraz edukacji. Jej decyzje zapadają zwykłą większością głosów.

Kolejnym głównym organem ONZ jest Sekretariat. Jest to organ cywilny, odpowiedzialny za codzienną pracę Organizacji Narodów Zjednoczonych. Administruje również wszystkimi operacjami, które są przeprowadzane w danej chwili przez ONZ. Wszelkie aspekty działalności Sekretariatu określone są w artykułach 97.-101. Karty Narodów Zjednoczonych. Tysiące pracowników zatrudnionych w Sekretariacie rozsianych jest po całym świecie, gdzie wykonują zadania powierzone im przez ONZ. Składają oni przysięgę, że nie będą przyjmować żadnych poleceń od rządów państw lub ważnych osobistości - podlegają tylko Organizacji. Najważniejszą osobą w Sekretariacie jest Sekretarz Generalny, który kieruje jego pracami. **Wybierany jest on na pięcioletnią kadencję przez Zgromadzenie Ogólne większości dwóch trzecich głosów, z rekomendacji Rady Bezpieczeństwa (sprawa nieproceduralna, więc stali członkowie posiadają prawo weta)**, wraz z możliwością reelekcji¹. Pełni on rolę głównego przedstawiciela ONZ w kontaktach z innymi organizacjami oraz państwami, zarządza również majątkiem ONZ. Dotychczasowi Sekretarze Generalni:

- Trygve Lie (luty 1946 - listopad 1952),
- Dag Hammarskjöld (kwiecień 1953 - wrzesień 1961),
- U Thant (listopad 1961 - grudzień 1971),
- Kurt Waldheim (styczeń 1972 - grudzień 1981),
- Javier Pérez de Cuéllar (styczeń 1982 - grudzień 1991),
- Butrus Butrus Ghali (styczeń 1992 - grudzień 1996),
- Kofi Annan (styczeń 1997 - grudzień 2006),
- Ban Ki-moon (styczeń 2007 -).

Jedynym głównym organem ONZ, który obecnie nie podejmuje żadnej działalności jest Rada Powiernicza. W artykułach 86.-91. Karty Narodów Zjednoczonych zapisano jej główne zadanie: zarządzanie jedenastoma terytoriami powierzonymi pod opiekę ONZ. Rada Powiernicza zarządzała danymi terytoriami aż do utworzenia własnego rządu przez dane terytoria i osiągnięcia niezależności. Początkowo liczba członków była różna, zależna od sytuacji, jednak w późniejszych latach Radę Powierniczą tworzyli tylko stali

¹Mamy do czynienia z procedurą łączną, zatem wskaźniki siły dla państw z Rady są inne niż dla pozostałych państw ze Zgromadzenia.

członkowie Rady Bezpieczeństwa. W 1994, kiedy ostatnie terytorium powiernicze, Palau, ogłosiło niepodległość, Rada Powiernicza zawiesiła swoją działalność. Wypełniła z sukcesem swoją misję przypisaną jej przez Kartę Narodów Zjednoczonych.

ROZDZIAŁ 3

Rada Bezpieczeństwa ONZ

Ostatnim z najważniejszych organów Organizacji Narodów Zjednoczonych, który omówimy teraz szerzej, jest Rada Bezpieczeństwa ONZ. Przedstawimy też zasady głosowania w Radzie, na podstawie której obliczymy wskaźniki siły w następnym rozdziale.

1. Informacje ogólne

Głównym zadaniem Rady jest „utrzymanie bądź przywrócenie międzynarodowego pokoju lub bezpieczeństwa”. Jednak kompetencje Rady dotyczą praktycznie wszystkich spraw związanych z konfliktami, wojnami i pokojem. Ma ona prawo do zatwierdzania decyzji odnośnie użycia sił wojskowych w celach pokojowych oraz może nakładać sankcje. Wszystkie państwa członkowskie ONZ podlegają obowiązkowi wypełniania wszystkich decyzji podejmowanych przez Radę Bezpieczeństwa, które obowiązują zgodnie z prawem międzynarodowym. Dodatkowo, Rada Bezpieczeństwa wysuwa kandydata na Sekretarza Generalnego, którego musi zatwierdzić jeszcze Zgromadzenie Ogólne oraz ma prawo blokować decyzje o przyjęciu nowych państw do ONZ. Do kompetencji Rady należą również decyzje o zawieszeniu uprawnień lub wykluczeniu państwa członkowskiego z Organizacji. Pozostałe obowiązki Rady opisane są w rozdziałach V.-VIII. Karty Narodów Zjednoczonych. Stanowisko Przewodniczącego Rady Bezpieczeństwa zajmuje po kolei w porządku alfabetycznym (język angielski) każdy członek na okres miesiąca.

Członkowie Rady Bezpieczeństwa dzielą się na stałych oraz niestałych. Rada liczy od zawsze pięciu stałych członków. Od początku istnienia Rady jako stali członkowie zasiadają w niej: Wielka Brytania, Francja, Stany Zjednoczone oraz Rosja (dawniej Związek Sowiecki). Początkowo stałym członkiem była również Republika Chińska (Tajwan), jednak w październiku 1971 roku utraciła swoje miejsce na rzecz Chińskiej Republiki Ludowej, która zasiada w Radzie obecnie. Niestali członkowie Rady wybierani

są przez Zgromadzenie Ogólne na dwuletnią kadencję (w szczególnych przypadkach na jeden rok). Niemożliwe jest natychmiastowe ponowne wybranie tego samego państwa do Rady bez dwuletniego okresu przerwy. Corocznie wybierana jest połowa niestałych członków Rady większością dwóch trzecich obecnych i głosujących członków Zgromadzenia (wstrzymanie się od głosu nie jest uznawane jako głosowanie). Oryginalnie liczba niestałych członków wynosiła sześć, natomiast w sierpniu 1965 roku ich liczba została zwiększona do dziesięciu. Była to jak dotąd jedyna reforma Rady Bezpieczeństwa.

2. Wybór członków niestałych

Zgodnie z zasadą „słusznego podziału geograficznego” trzech członków niestałych wybieranych jest z Afryki (Grupa Afrykańska), dwóch z Azji i Pacyfiku (Grupa Azjatycka), dwóch z Ameryki Łacińskiej i Karaibów (Grupa Ameryki Łacińskiej i Karaibów), dwóch z Europy Zachodniej i Innych Grup (Grupa Europy Zachodniej i Innych Grup¹) oraz jeden z Europy Wschodniej (Grupa Europy Wschodniej). Dodatkowo, jedno z miejsc niestałych musi zajmować państwo arabskie, które to miejsce jest wybierane naprzemiennie z miejsc przysługujących Afryce oraz Azji w latach parzystych rozpoczęcia kadencji. Corocznie wybierana jest połowa niestałych członków Rady większością dwóch trzecich obecnych i głosujących członków Zgromadzenia. Na lata parzyste rozpoczęcia kadencji obsadzone są miejsca: dwa z Afryki, jedno z Ameryki Łacińskiej i Karaibów, jedno z Azji i Pacyfiku oraz jedno z Europy Wschodniej. W latach nieparzystych rozpoczęcia kadencji z kolei przydziela się następujące miejsca: jedno dla Grupy Afrykańskiej, jedno dla Grupy Azjatyckiej, jedno dla Grupy Ameryki Łacińskiej i Karaibów oraz dwa dla Grupy Europy Zachodniej i Innych Grup.

Przyjrzyjmy się, jak wygląda sama procedura wyboru, oparta na artykułach 92.-94. Zasad Procedury Zgromadzenia. Zgodnie ze wspomnianymi artykułami, w tajnych głosowaniach wybiera się po kolei państwa z poszczególnych grup do Rady Bezpieczeństwa. Jeśli danej grupie przysługuje jedno miejsce, każde państwo oddaje głos na jednego kandydata. Jeśli nikt nie zdobył wymaganej większości, powtarza się głosowanie, ograniczając wybór do dwóch państw, które uzyskały największą liczbę głosów. Jeśli w następnych

¹Grupa ta obejmuje kraje Europy Zachodniej wraz z Australią, Izraelem, Kanadą i Nową Zelandią.

dwóch głosowaniach nie zostanie wyłoniony zwycięzca, ponownie można głosować na każdego kandydata, który wyrazi chęć wstąpienia do Rady. Następnie głosuje się w cyklach (przy braku rozstrzygnięcia): trzy głosowania ze wszystkimi kandydatami, następnie wybiera się ponownie dwa państwa z największą liczbą głosów z ostatniego głosowania i następują trzy głosowania na te dwa państwa. Następnie cykl się powtarza. Analogiczna sytuacja jest przy obsadzeniu dwóch miejsc w Radzie z danego regionu. Różnica jest taka, że przy braku rozstrzygnięcia wybiera się najlepszych kandydatów, ale nie więcej niż podwojoną liczbę miejsc do obsadzenia. Często zdarza się tak, że po pierwszym głosowaniu wybrane zostaje jedno państwo i pozostaje tylko jedno miejsce do obsadzenia. Wtedy postępuje się tak jak w pierwszym przypadku.

W historii zdarzały się przypadki wyborów członków niestałych z bardzo dużą liczbą głosowań, ponieważ żaden kandydat nie mógł uzyskać wymaganej większości. Często zdarzało się też, że poszczególne państwa wycofywały swoje kandydatury, aby przyspieszyć wybór. Zdarzały się też przypadki, że przy długo trwającym nierozstrzygnięciu dwaj kandydaci zawierali porozumienie, na mocy którego jeden z nich po roku zasiadania w Radzie rezygnował ze swojego miejsca. Wtedy na pozostałą kadencję w trybie nadzwyczajnym wybierano drugiego kandydata. Jeden z takich przypadków miał miejsce przy wyborze na miejsce w latach 1960-1961. Po 52(!) rundach głosowania ani Polska, ani Turcja nie mogły uzyskać wymaganej większości. Ustalono wtedy, że w 1960 roku miejsce w Radzie przypadnie Polsce, natomiast w następnym roku członkiem niestałym będzie Turcja.

Z pracy [6] możemy dowiedzieć się, jakie czynniki miały wpływ na wybór państw na fotel niestałego członka Rady Bezpieczeństwa w latach 1970-2005.

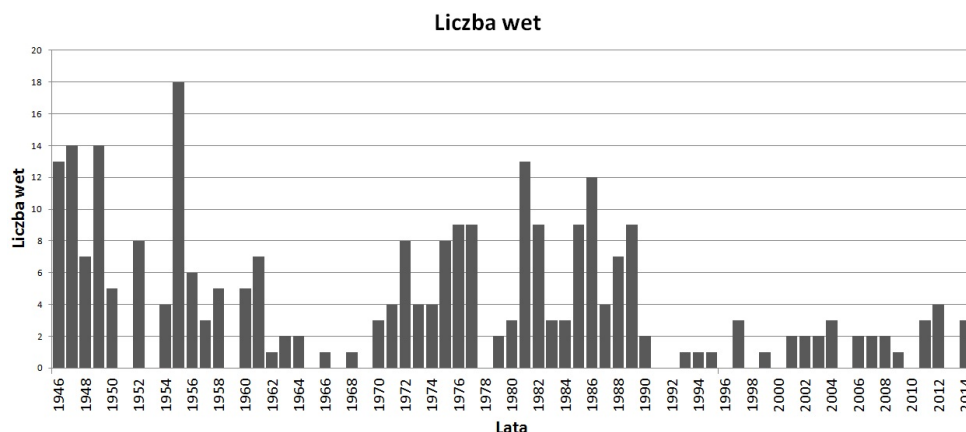
3. Zasady głosowania

Przyjrzyjmy się teraz, w jaki sposób podejmuje się decyzje w Radzie Bezpieczeństwa ONZ. Zgodnie z artykułem 27. każdy członek rady posiada jeden głos. W sprawach proceduralnych do podjęcia decyzji wymagane jest 9 głosów „za” (przed reformą 7 głosów). W pozostałych sprawach wymagane jest też dziewięć głosów (przed reformą 7), ale muszą one obejmować wszystkich członków stałych (system ten określany jest często mianem *Yalta voting formula* z uwagi na dyskusje na temat działania przyszłej organizacji

międzynarodowej przeprowadzane w czasie konferencji w Jałcie przez Wielką Trójkę). Oznacza to, choć nie jest zapisane bezpośrednio w Karcie, że w sprawach proceduralnych każdy stały członek posiada prawo weta – głosując „przeciw” blokuje każdą decyzję Rady Bezpieczeństwa. To, czy propozycja podlegająca głosowaniu jest sprawą proceduralną czy też nie, ustala sama Rada. Jednakże powyższe rozstrzygnięcie nie jest sprawą proceduralną, zatem również podlega prawu weta – jest to tak zwane *double veto*. W ten sposób zwiększono znaczenie stałych członków Rady, jednocześnie osłabiając możliwości działania samej Rady w celu utrzymania pokoju. Dyskusja na temat działania Rady rozpoczęła się jeszcze w trakcie II wojny światowej, kiedy to Józef Stalin nalegał, aby żadna decyzja dotycząca światowego pokoju nie zapadała bez zgody Sowietów. Obawiając się paraliżu Rady, w 1950 roku Wielka Brytania oraz Stany Zjednoczone ostatecznie zaproponowały, aby wstrzymanie się od głosu lub brak głosu (z powodu nieobecności bądź rezygnacji z udziału w głosowaniu) nie były równoznaczne z wetem. Z racji nieobecności przedstawiciela Związku Sowieckiego, propozycja ta została przyjęta przez Przewodniczącą Rady i uchwalona przez samą Radę. Od tego momentu wstrzymanie się członka stałego nie blokuje przyjęcia uchwały – jeśli tylko jest 9 głosów „za” i żaden członek stały nie zgłasza weta.

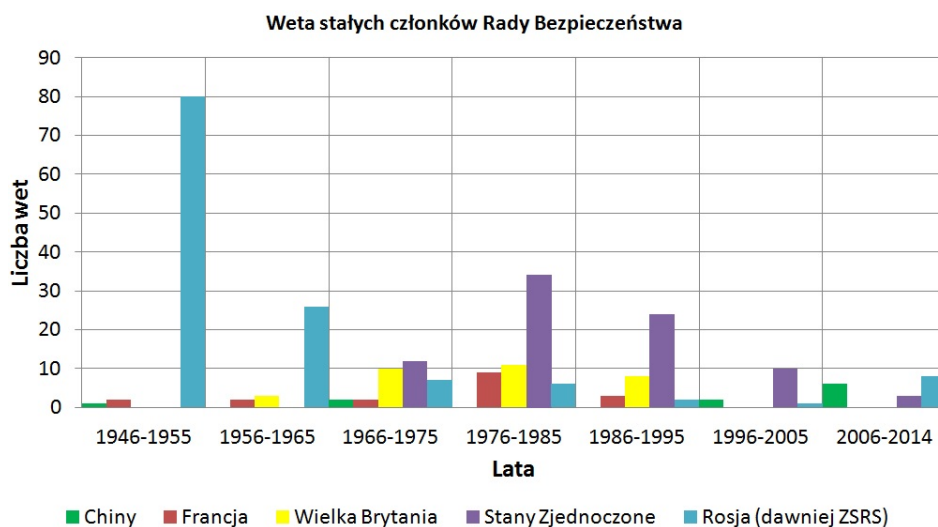
Korzystając z danych udostępnionych przez ONZ oraz wyliczeń organizacji Global Policy Forum możemy stwierdzić, że od początku istnienia Rady Bezpieczeństwa weto przez stałego członka Rady zostało zgłoszone 274 razy (nie licząc wet zgłoszonych przy nominacji na Sekretarza Generalnego, tych wet było dotychczas 43). Przeanalizujmy, jak wygląda rozkład zgłoszonych wet w poszczególnych latach przez członków stałych (bez wet przy nominacji na Sekretarza Generalnego).

Możemy zaobserwować, że przez pierwsze 20 lat istnienia Rady weta były zgłaszane bardzo często. Ma to oczywiście związek z zimną wojną - okresem nasilenia konfliktów i napięć między Stanami Zjednoczonymi a ZSRS wraz z ich państwami sojuszniczymi trwającym do 1991 roku. Przez następne kilka lat wetami dysponowano oszczędniej, ale od początku lat 70. aż do upadku ZSRS weta znowu były zakładane często. Po zakończeniu zimnej wojny weta należały do rzadkości. Wynika to z faktu, że wiele rozmów



między członkami stałymi Rady odbywa się w kuluarach, tam też prowadzone są negocjacje, szuka się kompromisów. Samo istnienie prawa weta ma również niebagatelny wpływ na zgłaszane propozycje uchwał, bardzo często nie poddaje się pod głosowanie tych propozycji, co do których jest prawie pewność, że zostaną zawetowane.

Spójrzmy teraz jak kształtowała się liczba wet zgłaszana przez poszczególnych członków stałych (Republika Chińska w okresie zasiadania w Radzie zgłosiła tylko jedno weto, które jest wliczone w weta zgłaszane przez Chińską Republikę Ludową).

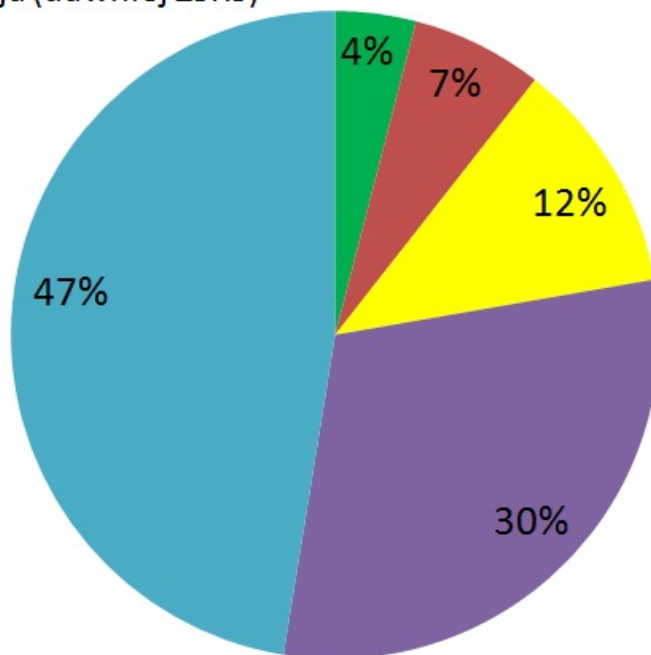
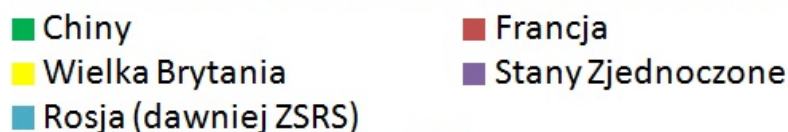


Jak widzimy, prawie wszystkie weta zgłoszone w pierwszych latach Rady Bezpieczeństwa to weta Związku Socjalistycznych Republik Sowieckich.

Wynika to z faktu, że większość jej członków w tamtym okresie była sojusznikami Stanów Zjednoczonych. Analogicznie możemy zauważyć przewagę wet Stanów Zjednoczonych w okresie późniejszym zimnej wojny. Ponownie wynika to ze struktury Rady w tamtym czasie - przeważali wtedy sojusznicy ZSRS. W ostatnich latach częściej ze swojego prawa weta korzysta Chińska Republika Ludowa, natomiast Francja i Wielka Brytania nie zgłaszają ich wcale.

Sprawdźmy jeszcze, jak wygląda procentowy udział wet zgłoszonych przez poszczególne państwa.

Procentowy udział wet poszczególnych członków stałych



Widzimy, że prawie połowa zawetowanych rezolucji nie weszła w życie z powodu obiekcji państwa rosyjskiego. Dodatkowo prawie jedna trzecia wet to weta zgłoszone przez Stany Zjednoczone – razem te dwa państwa zablokowały ponad trzy czwarte wszystkich odrzuconych rezolucji. Ale przeprowadzona wcześniej analiza historyczna wyjaśnia powyższe wyniki – tzw. zimna

wojna to przede wszystkim zmagania na wielu płaszczyznach właśnie Stanów Zjednoczonych Ameryki oraz ZSRS.

4. Propozycje reform

W ostatnich latach coraz częściej mówi się o potrzebie reformy Rady Bezpieczeństwa. W ciągu swojej działalności organ ten tylko dwa razy był zdolny do uznania danego państwa za agresora. Pierwszy raz w roku 1950 w przypadku Korei Północnej podczas napaści na jej południowego sąsiada. Drugi i ostatni jak dotąd raz w 1990 roku uznano agresorem Irak podczas ataku na Kuwejt. W związku z powyższym zaczęły pojawiać się różne propozycje reformy Rady. Jedną z poważniejszych była propozycja reformy Kofiego Annana z 2005 roku. Postulował on zwiększenie liczebności Rady do 24 członków, aby w większym stopniu reprezentowała całość ONZ. W związku z tą reformą swój akces do Rady jako stali członkowie zgłosiły: Brazylia, Indie, Japonia oraz Niemcy. Początkowo te państwa również chciały posiadać prawo weta, z czasem wystarczała im sama stała obecność. Odrzucono jednak ich kandydatury. Inne propozycje dotyczą prawa weta, które nie jest bezpośrednio zapisane w Karcie Narodów Zjednoczonych. Postuluje się między innymi: uzasadnienie zgłaszanego weta, możliwość zastosowania weta tylko w wyjątkowych przypadkach, likwidację prawa weta lub wprowadzenie ważonego systemu głosów. Ciekawą propozycją wydaje się również „weto jednoczesne”. Uchwała jest blokowana wtedy, gdy swój sprzeciw zgłosi jednocześnie dwóch lub trzech stałych członków Rady. Reforma Rady, która w oczywisty sposób osłabiłaby pozycję obecnych stałych członków Rady wydaje się jednak w obecnych warunkach mało prawdopodobna, ponieważ do jej wprowadzenia potrzebna jest zgoda właśnie stałych członków, a przecież żadne państwo nie będzie chętne do obniżenia swojej siły i pozycji kosztem innych. Najważniejsze propozycje reform zostały szczegółowo omówione w pracy [13].

ROZDZIAŁ 4

Wskaźniki siły w Radzie Bezpieczeństwa ONZ

W niniejszym rozdziale policzymy wskaźniki siły dla stałego oraz niestałego członka Rady Bezpieczeństwa ONZ w obecnym kształcie oraz w kształcie sprzed reformy. Rozważymy również dwa podejścia do opisu działania Rady. W tym celu przybliżmy treść artykułu 27. Karty Narodów Zjednoczonych:

- (1) Każdy członek Rady Bezpieczeństwa posiadać będzie jeden głos.
- (2) Do przyjęcia uchwał Rady Bezpieczeństwa w sprawach proceduralnych potrzebna jest zgodność głosów dziewięciu członków.
- (3) Do przyjęcia uchwał Rady Bezpieczeństwa we wszystkich innych sprawach potrzebna jest zgodność głosów dziewięciu członków, włączając w to głosy wszystkich stałych członków, przy czym strona, biorąca udział w sporze, powinna wstrzymać się od głosowania przy zapadaniu decyzji w sprawach, o których traktuje Rozdział VI. i ustęp 3. artykułu 52.

Pierwsze z nich to potraktowanie głosowania w Radzie jako prostej gry wyborczej. Związane jest to z pierwotną interpretacją artykułu 27. Karty Narodów Zjednoczonych, według której każdy stały członek musiał zagłosować „za”, aby przegłosować propozycję - wtedy wstrzymanie się od głosu stałego członka dawało taki sam efekt, jak zagłosowanie „przeciw”. Tak samo jest w wypadku niestałego członka – każdy jego brak poparcia (wstrzymanie się od głosu lub głos „przeciw”) ma taki sam wpływ na wynik głosowania.

Drugie podejście bazuje na obecnej interpretacji wspomnianego artykułu 27. – wstrzymanie się od głosu członka stałego nie blokuje rezolucji - wystarczy uzbierać dziewięć głosów „za” przy braku wyraźnego głosu „przeciw” każdego członka stałego. Do takiego stanu rzeczy dochodzono stopniowo. W 1946 roku ustalono, że wstrzymanie się od głosu nie jest traktowane jak

weto, podobnie brak udziału w głosowaniu (1947) oraz nieobecność w czasie głosowania (1950). Ostatnią interpretację przyjęto, gdy Związek Sowiecki bojkotował spotkania Rady Bezpieczeństwa w czasie wojny koreańskiej. Ciekawy jest też punkt trzeci powyższego artykułu nakazujący wstrzymać się od głosu członkowi, który jest stroną w sporze, ale tylko w określonych warunkach, które rzadko były spełnione, dlatego było tylko sześć takich przypadków – ostatni związany z Argentyną, dotyczący schwytania Adolfa Eichmanna na jej terenie przez Izrael w 1960 roku. Zatem w przypadku stałego członka wstrzymanie się od głosu ma istotnie inny wpływ na wynik głosowania, niż głos „przeciw”. Co się tyczy członka niestałego, to podobnie jak wcześniej, tutaj ponownie nie ma różnicy między głosem „przeciw” a wstrzymaniem się od głosu. Dlatego przyjmujemy model mieszany – zakładamy, że członek stały ma trzy możliwości głosowania, natomiast każdy członek rotacyjny tylko dwie. W tym przypadku wskaźniki siły będą zmodyfikowane odpowiednio w naturalny sposób. Zauważmy również, że z punktu widzenia siły poszczególnych członków każdy członek niestały ma taką samą siłę, podobnie jak stali członkowie są pod tym względem nierozróżnialni. Wystarczy więc wyliczyć wskaźniki dla dowolnego stałego członka i dowolnego niestałego – siła pozostałych członków jest taka sama w zależności od ich statusu.

1. Indeksy dla Rady Bezpieczeństwa przed reformą

W obecnym rozdziale obliczymy wskaźniki siły dla członków Rady Bezpieczeństwa przed reformą z 1965 roku, kiedy to liczba stałych członków wynosiła pięć, niestałych członków było sześciu, natomiast do przegłosowania propozycji potrzebnych było siedem głosów „za”.

1.1. Model prostej gry wyborczej dla Rady liczącej jedenastu członków. Zaczniemy od policzenia wskaźnika Shapleya-Shubika dla niestałego członka Rady. Dzięki własności tego indeksu (suma wartości indeksu wszystkich graczy daje jeden) otrzymamy od razu wskaźnik dla członka stałego. Zgodnie z definicją liczonego obecnie wskaźnika, szukamy liczby układów, w których niestały członek jest wyborcą decydującym (jego głos w głosowaniu w kolejności ustala wynik głosowania).

Zacznijmy od przypadku, gdy niestały członek głosuje „za”, czyli szukamy tych układów, w których jest on decydujący oraz wynik głosowania jest pozytywny. Wybierzmy takiego członka. Zauważmy, że każdy stały członek musi zagłosować przed naszym ustalonym niestałym członkiem - w przeciwnym razie zawsze mógłby zmienić wynik głosowania na negatywny głosując „przeciw” i korzystając z prawa weta. Dodatkowo, każdy stały członek musi zagłosować „za”, aby rezolucja miała szansę przejść. Najwcześniejsze miejsce, przy którym niestały członek w głosowaniu w kolejności może być wyborcą decydującym przy wyniku pozytywnym to miejsce siódme - co najmniej tyle głosów „za” jest wymagane. Aby niestały wyborca był decydujący musi być również dokładnie siódmym, który zagłosuje „za”. W związku z tym ogólny wzór na liczbę układów przy danym miejscu w głosowaniu w kolejności przy wyniku pozytywnym można zapisać następująco:

$$\binom{5}{k-6} \binom{k-6}{1} (k-1)! (11-k)! 2^{11-k},$$

gdzie k oznacza miejsce w głosowaniu w kolejności, $k \in \{7, 8, 9, 10, 11\}$. Pierwszy współczynnik dwumianowy to wybór z pozostałych pięciu niestałych członków tych, którzy również zagłosują przed naszym wybranym niestałym członkiem. Następnie spośród nich wybieramy jednego, który zagłosuje „za”, dzięki czemu głos oddany przez naszego wybranego członka będzie dokładnie siódmym głosem „za”. Głosujących przed i po naszym ustalonym członku niestałych członków permutujemy. Na końcu, ci, którzy głosują po wybranym członku niestałym mogą głosować w dowolny sposób - wynik głosowania jest już ustalony. Każdy z nich ma dwie możliwości zagłosowania. Liczby układów zobaczmy w Tabeli 1.

TABELA 1. Liczba układów, w których wybrany członek niestały Rady jest decydujący głosując „za” – model prostej gry wyborczej przed reformą Rady.

Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „za”				
7	8	9	10	11
1382400	4838400	9676800	14515200	18144000

Przejdźmy teraz do sytuacji, w której nasz wybrany członek niestały głosuje „przeciw” - szukamy teraz tych układów, w których wynik jest negatywny, a członek niestały jest decydujący. Najwcześniejsze miejsce, dla którego może on być graczem decydującym, to miejsce piąte - wystarczy, że tylu członków nie poprze propozycji, aby ona przepadła. Zatem chcemy, aby nasz członek jako piąty nie poparł propozycji. W przypadku prostych gier oznacza to głos „przeciw”. Rozpatrzmy też przypadki, w zależności od liczby członków stałych głosujących przed i po naszym członku niestałym. Ponownie, każdy członek stały głosujący wcześniej niż nasz wybrany musi zagłosować „za” - inaczej nasz wyborca nie będzie decydujący. Ogólny wzór na liczbę układów wygląda następująco:

$$\binom{5}{m} \binom{5}{k-m-1} \binom{k-m-1}{4} (k-1)! (11-k)! 2^{11-k},$$

gdzie k to miejsce w głosowaniu naszego członka, $k \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, a m to liczba członków stałych głosująca przed wybranym członkiem niestałym, $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ¹. Na początku wybieramy liczbę stałych członków i niestałych głosujących przed ustalonym członkiem niestałym, później wśród tych członków niestałych wybieramy czterech, którzy głosują „przeciw”, tak aby głos „przeciw” naszego członka był decydujący (oczywiście stali członkowie przed naszym głosują „za”). Następnie permutujemy członków i wybieramy jedną z dwóch możliwości głosu członków nie mających już wpływ na wynik głosowania. Liczbę wszystkich takich układów przedstawia Tabela 2.

¹Przyjmujemy $\binom{n}{s} = 0$, jeśli $s < 0$ lub $s > n$, gdzie $n, s \in \mathbb{N}$.

TABELA 2. Liczba układów, w których wybrany członek nie-stały Rady jest decydujący głosując „przeciw” – model pro-stej gry wyborczej przed reformą Rady.

		Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „przeciw”						
		5	6	7	8	9	10	11
Liczba członków stałych głosująca wcześniej	5	0	0	0	0	0	3628800	18144000
	4	0	0	0	0	8064000	18144000	0
	3	0	0	0	12096000	16128000	0	0
	2	0	0	13824000	12096000	0	0	0
	1	0	11520000	6912000	0	0	0	0
	0	5529600	2304000	0	0	0	0	0

Obliczmy teraz indeks Shapleya-Shubika dla członka niestałego, sumując wszystkie liczby z powyższych dwóch tabel i dzieląc otrzymany wynik przez liczbę wszystkich możliwych głosowań w kolejności. Otrzymujemy ostatecz-nie dla członka niestałego:

$$\phi_n = \frac{176947200}{11! 2^{11}} = \frac{176947200}{81749606400} \approx 0,00216.$$

Teraz korzystając ze wspomnianej wcześniej własności wskaźnika otrzymu-jemy wartość dla członka stałego:

$$\phi_s = \frac{1 - 6\phi_n}{5} \approx 0,19740.$$

Przejdziemy teraz do wyliczenia wskaźników Banzhafa oraz Colemana. W tym celu spójrzmy na Tabelę 3. ze wszystkimi dwupodziałami zwycięski-mi, która zlicza nam wszystkie układy, w których stały członek jest pozy-tywnie krytyczny, podobnie jak członek niestały. Czwarta kolumna wskazuje liczbę dwupodziałów, dla których wynik gry jest pozytywny. Piąta kolumna informuje nas, w ilu dwupodziałach dany członek stały jest pozytywnie kry-tyczny, szósta zawiera liczbę dwupodziałów zwycięskich, do których należy dany członek niestały głosując „za”, a ostatnia kolumna wskazuje na liczbę dwupodziałów, gdzie dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny.

Wyniki otrzymujemy korzystając z dwumianu Newtona - są to elementarne obliczenia.

TABELA 3. Liczba układów, dla których członkowie Rady są pozytywnie krytyczni – model prostej gry wyborczej przed reformą Rady.

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Liczba układów, gdzie dany stały członek jest pozytywnie krytyczny	Liczba układów, do których należy niestały członek	Liczba układów, gdzie dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny
1	5	6	1	1	1	0
2	5	5	6	6	5	0
3	5	4	15	15	10	0
4	5	3	20	20	10	0
5	5	2	15	15	5	5
		Suma	57	57	31	5

Mając powyższe wyniki, możemy przystąpić do obliczenia poszczególnych wskaźników.

Wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta_n = \frac{5}{5 \cdot 57 + 6 \cdot 5} \approx 0,01587.$$

Wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta_s = \frac{57}{5 \cdot 57 + 6 \cdot 5} \approx 0,18095.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta'_n = \frac{5}{2^{10}} \approx 0,00488.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta'_s = \frac{57}{2^{10}} \approx 0,05566.$$

Wskaźnik efektywności Colemana wynosi:

$$C = \frac{57}{2^{11}} \approx 0,02783.$$

Warty zaznaczenia jest fakt, że głosowanie w modelu prostej gry wyborczej dla Rady sprzed reformy możemy zapisać jako kanoniczną ważoną grę wyborczą postaci: $[27; 5, 5, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

1.2. Model mieszanej gry wyborczej dla Rady liczącej jedenastu członków. Wyliczymy teraz indeksy dla modelu mieszanego, gdzie przyjmujemy, że każdy członek stały ma trzy możliwości: zagłosować „za”, „przeciw” lub wstrzymać się od głosu. Z kolei niestały członek ma tylko dwie możliwości: zagłosować „za” lub „przeciw”. Wynika to z tego, że głosowanie „przeciw” i wstrzymanie się od głosu, bądź absencja w głosowaniu, stanowią w przypadku członka niestałego możliwości równoważne. Zaczniemy od obliczenia wskaźnika Shapleya-Shubika. Ponownie przeliczymy go najpierw dla wybranego niestałego członka, a następnie, korzystając z własności indeksu, obliczymy jego wartość dla członka stałego Rady.

Wybieramy niestałego członka Rady. Przyjrzyjmy się przypadkowi, gdy głosuje on „za” – szukamy tych podziałów, dla których jest on wyborcą decydującym i wynik głosowania jest pozytywny. Oczywiście wszyscy stali członkowie muszą zagłosować przed nim. W tym modelu jednak dopuszczamy wstrzymanie się od głosu członka stałego. Dlatego w Tabeli 4. rozpatrzmy układy w zależności od liczby członków którzy zagłosowali „za” przed naszym wyborcą niestałym oraz w zależności od miejsca zagłosowania tegoż wyborcy. Ogólny wzór na liczbę układów wygląda następująco:

$$\binom{5}{m} \binom{5}{k-6} \binom{k-6}{6-m} (k-1)! (11-k)! 2^{11-k},$$

gdzie k to miejsce w głosowaniu naszego członka, $k \in \{7, 8, 9, 10, 11\}$, a m to liczba członków stałych głosująca „za”, $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Wzór wynika z tego, że najpierw wybieramy członków stałych głosujących „za”, potem

członków niestałych głosujących przed naszym członkiem niestałym, następnie wśród tych niestałych członków wybieramy tych, którzy głosują „za” – wraz ze stałymi członkami głosującymi „za” musi ich być sześciu, aby jako siódmy „za” mógł zagłosować nasz wybrany członek. Następnie permutujemy członków i wybieramy decyzję każdego niestałego członka głosującego po ustalonym członku na dwa sposoby.

TABELA 4. Liczba układów, przy których dany członek niestały jest decydujący głosując „za” – model mieszanej gry wyborczej przed reformą Rady.

		Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „za”				
		7	8	9	10	11
Liczba członków stałych głosująca „za”	1	1382400	4838400	9676800	14515200	18144000
	2	0	12096000	48384000	108864000	181440000
	3	0	0	32256000	145152000	362880000
	4	0	0	0	36288000	181440000
	5	0	0	0	0	18144000
	6	0	0	0	0	0

Przechodzimy teraz do sytuacji, gdy nasz wybrany członek niestały głosuje „przeciw” - czyli szukamy tych układów, dla których jest on decydujący (jako piąty głosujący nie popiera propozycji) i ich wynik jest negatywny. Ponownie rozpatrzmy przypadki, w zależności od liczby członków stałych głosujących przed wybranym członkiem niestałym i miejsca głosowania tegoż członka. Zauważmy, że teraz stały członek głosujący przed wybranym niestałym ma dwie możliwości: poprzeć propozycję lub wstrzymać się od głosu. Podobnie niestały członek: poprzeć lub zablokować. Zatem wystarczy wybrać spośród tych członków głosujących przed naszym wybranym członkiem czterech, którzy nie będą głosowali „za”: stały członek wstrzyma się od głosu, a niestały zagłosuje przeciw. I wtedy jako piąty nie popierający ustawy zagłosuje nasz wybrany członek. Ogólny wzór jest następujący:

$$\binom{5}{m} \binom{5}{k-m-1} \binom{k-1}{4} (k-1)! (11-k)! 3^{5-m} 2^{6-k+m},$$

gdzie k to miejsce w głosowaniu ustalonego członka, $k \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, a m to liczba członków stałych głosująca przed wybranym członkiem niestałym, $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Wybieramy członków stałych głosujących przed naszym członkiem niestałym, następnie wybieramy członków niestałych głosujących wcześniej niż ten ustalony członek, potem wśród wszystkich głosujących przed nim wybieramy czterech, którzy nie poparą propozycji, następnie permutujemy członków i patrzymy, jak zagłosują członkowie, którzy są za naszym wybranym członkiem niestałym. Mogą się wśród nich zdarzyć członkowie stali, którzy mogą zagłosować w trojaki sposób. Popatrzmy na Tabelę 5. pokazującą nam wszystkie możliwe układy.

TABELA 5. Liczba układów, w których wybrany członek niestały Rady jest decydujący głosując „przeciw” – model mieszanej gry wyborczej przed reformą Rady.

		Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „przeciw”						
		5	6	7	8	9	10	11
Liczba członków stałych głosująca wcześniej	5	0	2304000	20736000	84672000	225792000	457228800	762048000
	4	8294400	86400000	311040000	635040000	846720000	685843200	0
	3	124416000	518400000	933120000	952560000	508032000	0	0
	2	373248000	777600000	699840000	285768000	0	0	0
	1	279936000	291600000	104976000	0	0	0	0
	0	41990400	17496000	0	0	0	0	0

Jesteśmy teraz w stanie policzyć indeks Shapleya-Shubika dla członka niestałego:

$$\phi_n = \frac{11210601600}{11! 2^6 3^5} = \frac{11210601600}{620786073600} \approx 0,01806.$$

Dla członka stałego indeks ten wynosi:

$$\phi_s = \frac{1 - 6\phi_n}{5} \approx 0,17833.$$

Przejdźmy teraz wskaźników Banzhafa i Colemana. W tym celu stworzymy kolejną tabelę ułatwiającą wyliczenie tychże wskaźników. W piątej kolumnie Tabeli 6. przedstawiono liczbę podziałów wygrywających, w zależności od

sposobu głosowania członków Rady. W szóstej kolumnie wyliczono podziały, dla których dany stały członek jest pozytywnie krytyczny. W siódmej obliczamy w ilu przypadkach niestały członek głosując „za” należy do wygrywającego podziału. W ostatniej mamy liczbę podziałów, w których dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny.

TABELA 6. Liczba układów, dla których członkowie Rady są pozytywnie krytyczni – model mieszanej gry wyborczej przed reformą Rady.

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków stałych, która wstrzymuje się od głosu	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Liczba układów, przy których dany członek stały jest pozytywnie krytyczny	Liczba układów, do których należy niestały członek	Liczba układów, przy których dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny
1	5	0	6	1	0	1	0
2	4	1	6	5	1	5	0
3	3	2	6	10	4	10	0
4	2	3	6	10	6	10	0
5	1	4	6	5	5	5	5
6	5	0	5	6	0	5	0
7	4	1	5	30	6	25	0
8	3	2	5	60	24	50	0
9	2	3	5	60	60	50	50
10	5	0	4	15	0	10	0
11	4	1	4	75	15	50	0
12	3	2	4	150	150	100	100
13	5	0	3	20	0	10	0
14	4	1	3	100	100	50	50
15	5	0	2	15	15	5	5
			Suma	562	386	386	210

Dzięki powyższej tabeli możemy policzyć wskaźniki w mieszanej grze wyborczej.

Wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta_n = \frac{210}{5 \cdot 386 + 6 \cdot 210} \approx 0,06583.$$

Wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta_s = \frac{386}{5 \cdot 386 + 6 \cdot 210} \approx 0,121.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta'_n = \frac{210}{2^5 \cdot 3^5} \approx 0,02701.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta'_s = \frac{386}{2^6 \cdot 3^4} \approx 0,07446.$$

Wskaźnik efektywności Colemana wynosi:

$$C = \frac{562}{2^6 \cdot 3^5} \approx 0,03614.$$

2. Indeksy dla Rady Bezpieczeństwa po reformie

W niniejszym rozdziale przeliczymy wskaźniki dla członków Rady Bezpieczeństwa ONZ po reformie z 1965 roku. Od tego czasu po dzień dzisiejszy Rada liczy pięciu stałych członków oraz dziesięciu rotacyjnych. Wymagany próg głosów „za” do przegłosowania propozycji wynosi dziewięć. Wszystkie przedstawione w tym podrozdziale wyliczenia mają analogiczną motywację teoretyczną jak w podrozdziale poprzednim. Zmienia się jedynie liczba członków niestałych oraz próg, dlatego wypiszemy zmodyfikowane wzory, ale nie będziemy powtarzać wszystkich uzasadnień, aby nie powielać tych samych informacji - uzasadnienia są analogiczne jak wcześniej.

2.1. Model prostej gry wyborczej dla Rady liczącej piętnastu członków. Zaczniemy od wskaźnika Shapleya-Shubika. Podobnie jak wcześniej, obliczymy go najpierw dla danego niestałego członka Rady. Rozważmy sytuację, w której niestały członek głosuje „za” - i szukamy liczbę układów, przy których jest graczem decydującym, ustalającym pozytywny wynik głosowania. Oczywiście wszyscy stali członkowie głosują przed nim. Ogólny wzór wygląda następująco:

$$\binom{9}{k-6} \binom{k-6}{3} (k-1)! (15-k)! 2^{15-k},$$

gdzie $k \in \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ oznacza miejsce w głosowaniu w kolejności. Wybieramy członków niestałych głosujących przed wybranym członkiem rotacyjnym Rady, następnie wśród nich wybieramy trzech, którzy głosują „za” - razem ze stałymi członkami jest ich ośmiu, jako dziewiąty „za” głosuje wybrany członek. Następnie permutujemy członków i wybieramy dowolnie, jak głosują ostatni członkowie. Popatrzmy na Tabelę 7.

TABELA 7. Liczba układów, przy których dany członek niestały jest decydujący głosując „za” – model prostej gry wyborczej po reformie Rady.

Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „za”			
9	10	11	12
156067430400	702303436800	1755758592000	3218890752000
13	14	15	
4828336128000	6276836966400	7322976460800	

Przechodzimy do drugiego przypadku. Teraz nasz wybrany członek niestały będzie głosował „przeciw”. Potrzeba siedem głosów bez poparcia propozycji, aby zablokować jej przegłosowanie. Zatem przed ustanowionym członkiem musi zagłosować „przeciw” dokładnie sześciu członków niestałych (gdyby zagłosował jakikolwiek stały członek „przeciw”, to wtedy głos naszego gracza nie byłby decydujący). Ogólny wzór wygląda następująco:

$$\binom{5}{m} \binom{9}{k-m-1} \binom{k-m-1}{6} (k-1)! (15-k)! 2^{15-k},$$

gdzie $k \in \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ to miejsce w głosowaniu naszego członka, a m to liczba członków stałych głosująca „za” przed wybranym członkiem niestałym, $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Wyjaśnienie takiej formuły jest analogiczne jak w przypadku Rady Bezpieczeństwa przed reformą. Tabela 8. układów wygląda następująco.

TABELA 8. Liczba układów, przy których dany członek nie-stały jest decydujący głosując „przeciw” – model prostej gry wyborczej po reformie Rady.

		Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „przeciw”				
		7	8	9	10	11
Liczba członków stałych głosująca wcześniej	5	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	585252864000
	3	0	0	0	1170505728000	3511517184000
	2	0	0	1560674304000	3511517184000	3511517184000
	1	0	1365590016000	2341011456000	1755758592000	585252864000
	0	624269721600	819354009600	468202291200	117050572800	0
		12	13	14	15	
	5	160944537600	965667225600	3138418483200	7322976460800	
	4	2414168064000	4828336128000	5230697472000	0	
	3	4828336128000	3218890752000	0	0	
	2	1609445376000	0	0	0	
	1	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	

Korzystając z informacji zawartych w Tabeli 8. policzmy teraz wskaźnik Shapleya-Shubika dla niestałego członka Rady Bezpieczeństwa:

$$\phi_n = \frac{79906524364800}{15! 2^{15}} = \frac{79906524364800}{42849873690624000} \approx 0,00186.$$

Teraz korzystając ze wspomnianej własności wskaźnika otrzymujemy wartość dla członka stałego:

$$\phi_s = \frac{1 - 10\phi_n}{5} \approx 0,19627.$$

Zajmijmy się teraz wskaźnikami Banzhafa i Colemana dla modelu prostej gry wyborczej. Podobnie jak wcześniej, przedstawimy tabelę, ułatwiającą wyliczenia tychże wskaźników. Opis kolumn Tabeli 9. znajduje się w poprzednim podrozdziale - jest to prawie ta sama tabela, tylko tutaj otrzymujemy więcej możliwości. Niezależnie wyrazy tabeli policzono w [10].

TABELA 9. Liczba układów, dla których członkowie Rady są pozytywnie krytyczni – model prostej gry wyborczej po reformie Rady.

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Liczba układów, gdzie dany stały członek jest pozytywnie krytyczny	Liczba układów, do których należy niestały członek	Liczba układów, gdzie dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny
1	5	10	1	1	1	0
2	5	9	10	10	9	0
3	5	8	45	45	36	0
4	5	7	120	120	84	0
5	5	6	210	210	126	0
6	5	5	252	252	126	0
7	5	4	210	210	84	84
		Suma	848	848	466	84

Sprawdźmy jak wyglądają poszczególne wskaźniki w tym modelu.

Wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta_n = \frac{84}{5 \cdot 848 + 10 \cdot 84} \approx 0,01654.$$

Wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta_s = \frac{848}{5 \cdot 848 + 10 \cdot 84} \approx 0,16693.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta'_n = \frac{84}{2^{14}} \approx 0,00513.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta'_s = \frac{848}{2^{14}} \approx 0,05176.$$

Wskaźnik efektywności Colemana wynosi:

$$C = \frac{848}{2^{15}} \approx 0,02588.$$

Podobnie jak dla sytuacji sprzed reformy Rady, tutaj też mamy możliwość przedstawienia głosowania w Radzie jako kanoniczną ważoną grę wyborczą postaci: $[39; 7, 7, 7, 7, 7, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

2.2. Model mieszanej gry wyborczej dla Rady liczącej piętnastu członków. Na końcu policzymy wskaźniki dla mieszanego modelu, czyli takiego, który w najlepszy sposób oddaje obecne zasady głosowania w Radzie Bezpieczeństwa ONZ. Tradycyjnie zaczniemy od wskaźnika Shapleya-Shubika dla niestałego członka Rady.

Zaczynamy od przypadku, gdy wybrany niestały członek głosuje „za”, czyli szukamy liczby podziałów, w których jest decydującym wyborcom, gdy propozycja zostaje przegłosowana. Ogólny wzór wygląda następująco:

$$\binom{5}{m} \binom{9}{k-6} \binom{k-6}{8-m} (k-1)! (15-k)! 2^{15-k},$$

gdzie $k \in \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ to miejsce w głosowaniu naszego członka, a m to liczba członków stałych głosująca „za” przed wybranym członkiem niestałym, $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Wybieramy członków stałych, którzy głosują „za” (wiadomo, że wszyscy w ogóle muszą głosować przed naszym wybranym członkiem niestałym), następnie losujemy członków niestałych będących wcześniej od członka, dla którego liczymy wskaźnik i wśród nich wybieramy tylu, którzy zagłosują „za”, aby w sumie było ich ośmiu. Wtedy nasz członek Rady głosuje „za” jako dziewiąty i rezolucja zostaje przyjęta. Możemy jeszcze pozmieniac kolejności członków Rady i wśród tych głosujących bez wpływu na wynik możemy wybrać dowolny głos. Spójrzmy na Tabelę 10.

TABELA 10. Liczba układów, przy których dany członek niestały jest decydujący głosując „za” – model mieszanej gry wyborczej po reformie Rady.

		Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „za”			
		9	10	11	12
Liczba członków stałych głosująca „za”	5	156067430400	702303436800	1755758592000	3218890752000
	4	0	877879296000	4389396480000	12070840320000
	3	0	0	1755758592000	9656672256000
	2	0	0	0	1609445376000
	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
		13	14	15	
	5	4828336128000	6276836966400	7322976460800	
	4	24141680640000	39230231040000	54922323456000	
	3	28970016768000	62768369664000	109844646912000	
	2	9656672256000	31384184832000	73229764608000	
	1	689762304000	4483454976000	15692092416000	
	0	0	112086374400	784604620800	

Teraz przejdźmy do przypadku gdy nasz wybrany członek niestały jest decydującym wyborcą głosującym „przeciw”. Dokładnie sześć państw przed nim musi nie poprzeć propozycji (członek stały wstrzymuje się od głosu, a niestały głosuje „przeciw” Ogólny wzór na liczbę takich podziałów wygląda następująco:

$$\binom{5}{m} \binom{9}{k-m-1} \binom{k-1}{6} (k-1)! (15-k)! 3^{5-m} 2^{10-k+m},$$

gdzie $k \in \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ to miejsce w głosowaniu ustalonego członka, a m to liczba członków stałych głosująca przed wybranym członkiem niestałym, $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Wybieramy członków stałych i niestałych, którzy w stosunku do ustalonego członka niestałego głosują wcześniej, wśród nich wybieramy sześciu, którzy nie głosują „za”, dzięki czemu nasz ustalony członek Rady nie popiera rezolucji jako siódmy i jest wyborcą decydującym. Możemy oczywiście spermutować członków i dla ostatnich wybrać dowolne sposoby głosowania. Spójrzmy na Tabelę 11.

TABELA 11. Liczba układów, przy których dany członek niestały jest decydujący głosując „przeciw” – model mieszanej gry wyborczej po reformie Rady.

		Miejsce w głosowaniu w kolejności - decydujący głos „przeciw”				
		7	8	9	10	11
Liczba członków stałych głosująca wcześniej	5	66886041600	819354009600	4369888051200	14748372172800	36870930432000
	4	2006581248000	14338695168000	49161240576000	110612791296000	184354652160000
	3	14046068736000	64524128256000	147483721728000	221225582592000	237027409920000
	2	31603654656000	96786192384000	147483721728000	142216445952000	88885278720000
	1	23702740992000	48393096192000	47405481984000	26665583616000	7407106560000
	0	4740548198400	6221969510400	3555411148800	888852787200	0
		12	13	14	15	
	5	74356376371200	127468073779200	192340218470400	261796408473600	
	4	239002638336000	239002638336000	160283515392000	0	
	3	179251978752000	79667546112000	0	0	
	2	29875329792000	0	0	0	
	1	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	

Obliczmy teraz wskaźnik Shapleya-Shubika dla członka niestałego, znajdując liczbę sytuacji, w których jest wyborcą decydującym i dzieląc ją przez wszystkie możliwe głosowania w kolejności.

$$\phi_n = \frac{3871188163584000}{15! \cdot 2^{10} 3^5} = \frac{3871188163584000}{325391228338176000} \approx 0,0119.$$

Dla członka stałego indeks ten wynosi więc:

$$\phi_s = \frac{1 - 10\phi_n}{5} \approx 0,17621.$$

Do obliczenia wskaźników Banzhafa i Colemana tradycyjnie skorzystamy już z Tabeli 12., której kolumny oznaczają dokładnie to samo, co w przypadku modelu gry mieszanej dla Rady sprzed reformy. Korzystając ze zmodyfikowanych wzorów dla wskaźników Banzhafa i Colemana obliczamy je dla mieszanego modelu. Niezależnie wyrazy tabeli policzono w [10].

Wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta_n = \frac{3003}{5 \cdot 6476 + 10 \cdot 3003} \approx 0,04812.$$

Wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta_s = \frac{6476}{5 \cdot 6476 + 10 \cdot 3003} \approx 0,10377.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego wynosi:

$$\beta'_n = \frac{3003}{2^9 \cdot 3^5} \approx 0,02414.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta'_s = \frac{6476}{2^{10} \cdot 3^4} \approx 0,07808.$$

Wskaźnik efektywności Colemana wynosi:

$$C = \frac{9949}{2^{10} \cdot 3^5} \approx 0,03998.$$

TABELA 12. Liczba układów, dla których członkowie Rady są pozytywnie krytyczni – model mieszanej gry wyborczej po reformie Rady.

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków stałych, która wstrzymuje się od głosu	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Liczba układów, przy których dany członek stały jest pozytywnie krytyczny	Liczba układów, do których należy niestały członek	Liczba układów, przy których dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny
1	5	0	10	1	0	1	0
2	4	1	10	5	1	5	0
3	3	2	10	10	4	10	0
4	2	3	10	10	6	10	0
5	1	4	10	5	4	5	0
6	0	5	10	1	1	1	0
7	5	0	9	10	0	9	0
8	4	1	9	50	10	45	0
9	3	2	9	100	40	90	0
10	2	3	9	100	60	90	0
11	1	4	9	50	40	45	0
12	0	5	9	10	10	9	9
13	5	0	8	45	0	36	0
14	4	1	8	225	45	180	0
15	3	2	8	450	180	360	0
16	2	3	8	450	270	360	0
17	1	4	8	225	225	180	180
18	5	0	7	120	0	84	0
19	4	1	7	600	120	420	0
20	3	2	7	1200	480	840	0
21	2	3	7	1200	1200	840	840
22	5	0	6	210	0	126	0
23	4	1	6	1050	210	630	0
24	3	2	6	2100	2100	1260	1260
25	5	0	5	252	0	126	0
26	4	1	5	1260	1260	630	630
27	5	0	4	210	210	84	84
			Suma	9949	6476	6476	3003

W pracy [11] znajdują się policzone absolutne wskaźniki Banzhafa dla członków Rady Bezpieczeństwa w modelu gry ternarnej – przyjmuje się w nim, że niestali członkowie Rady również mają trzy możliwości zagłosowania.

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestalego wynosi wtedy:

$$\beta'_n \approx 0,0111.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi wtedy:

$$\beta'_s \approx 0,0227.$$

3. Podsumowanie

W ostatniej Tabeli 13. przedstawimy wszystkie wskaźniki razem, w zależności od rodzaju modelu i układu Rady.

TABELA 13. Wskaźniki siły dla członków Rady Bezpieczeństwa ONZ.

				Indeks			
				Shapleya-Shubika	Banzhafa	Absolutny Banzhafa	Colemana
Członek Rady Bezpieczeństwa	Przed reformą	Binarny	niestały	0,00216	0,01587	0,00488	0,02783
			stały	0,1974	0,18095	0,05566	
		Mieszany	niestały	0,01806	0,06583	0,02701	0,03614
			stały	0,17833	0,121	0,07446	
	Po reformie	Binarny	niestały	0,00186	0,01654	0,00513	0,02588
			stały	0,19627	0,16693	0,05176	
		Mieszany	niestały	0,0119	0,04812	0,02414	0,03998
			stały	0,17621	0,10377	0,07808	

Porównajmy teraz indeksy dla Rady w kształcie sprzed 1965 roku. Za-uważmy, że przyjęcie mieszanego modelu gry zamiast prostego znacznie

zwiększa wszystkie indeksy dla państwa będącego rotacyjnym członkiem Rady. Obniżone są jednocześnie wskaźniki dla członków stałych, za wyjątkiem absolutnego indeksu Banzhafa. Wydaje się, że model mieszany znacznie lepiej obrazuje znaczenie każdego członka w Radzie, dzięki temu, że rozpatrujemy wstrzymanie się od głosu członka stałego jako odrębny wybór od głosu „za” i „przeciw”. Również wskaźnik Coleman’a wzrasta, zatem prawdopodobieństwo, że losowo wybrana koalicja przegłosuje propozycję jest większe dla modelu mieszanego. Analogiczne wnioski można wysnuć dla sytuacji po roku 1965.

Przeanalizujmy teraz zmianę wskaźników dla konkretnych modeli. Dla modelu prostego (binarnego) zmniejsza się indeks Shapleya-Shubika zarówno dla członka stałego, jak i niestałego. Jednak w sumie członkowie niestali po reformie dźwierzą większą wartość niż wcześniej. Indeks Banzhafa i absolutny wskaźnik Banzhafa zwiększają się po reformie dla członków niestałych, a zmniejszają dla członków stałych. Co ciekawe, dla modelu prostego zmniejsza się indeks Coleman’a. W modelu mieszanym również obserwujemy zmniejszenie wartości indeksu Shapleya-Shubika dla obu typów członków. Podobnie sprawa wygląda ze wskaźnikiem Banzhafa. Wzrasta za to zarówno dla członka stałego absolutny indeks Banzhafa, w przeciwieństwie do członka niestałego. Zwiększa się również wskaźnik Coleman’a – łatwiej przegłosować propozycję.

Z powyższej analizy wynika, że ciężko stwierdzić znaczne zwiększenie siły niestałych członków po reformie. Niektóre wskaźniki pokazują, że siła pojedynczego członka stałego wręcz zmalała. Tak więc wydaje się, że reforma pod względem siły pojedynczego członka nie doprowadziła do żadnego przełomu – wartości te są na tyle bliskie, że właściwie utrzymany został *status quo*. Nie pomogło zwiększenie progu oraz liczby członków niestałych. Można próbować ewentualnie zmienić zasady głosowania pod kątem prawa weta - tutaj tak naprawdę leży klucz do realnej zmiany wskaźników siły. Wyliczmy wskaźniki Banzhafa dla proponowanej kiedyś reformy, która dawała możliwość zablokowania propozycji stałym członkom, ale tylko wtedy, gdy przynajmniej dwóch z nich zagłosowało „przeciw”. Spójrzmy na Tabelę 14.

TABELA 14. Liczba układów, dla których członkowie Rady są pozytywnie krytyczni – propozycja reformy Rady.

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków stałych, która wstrzymuje się od głosu	Liczba członków stałych „przeciw”	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Liczba układów, przy których dany członek stały jest pozytywnie krytyczny	Liczba układów, przy których dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny
1	5	0	0	10	1	0	0
2	4	1	0	10	5	0	0
3	3	2	0	10	10	0	0
4	2	3	0	10	10	0	0
5	1	4	0	10	5	0	0
6	0	5	0	10	1	0	0
7	5	0	0	9	10	0	0
8	4	1	0	9	50	0	0
9	3	2	0	9	100	0	0
10	2	3	0	9	100	0	0
11	1	4	0	9	50	0	0
12	0	5	0	9	10	0	9
13	5	0	0	8	45	0	0
14	4	1	0	8	225	0	0
15	3	2	0	8	450	0	0
16	2	3	0	8	450	0	0
17	1	4	0	8	225	45	180
18	5	0	0	7	120	0	0
19	4	1	0	7	600	0	0
20	3	2	0	7	1200	0	0
21	2	3	0	7	1200	480	840
22	5	0	0	6	210	0	0
23	4	1	0	6	1050	0	0
24	3	2	0	6	2100	1260	1260
25	5	0	0	5	252	0	0
26	4	1	0	5	1260	1008	630
27	5	0	0	4	210	210	84

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków stałych, która wstrzymuje się od głosu	Liczba członków stałych „przeciw”	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Liczba układów, przy których dany członek stały jest pozytywnie krytyczny	Liczba układów, przy których dany członek niestały jest pozytywnie krytyczny
28	4	0	1	10	5	0	0
29	3	1	1	10	20	4	0
30	2	2	1	10	30	12	0
31	1	3	1	10	20	12	0
32	0	4	1	10	5	4	0
33	4	0	1	9	50	0	0
34	3	1	1	9	200	40	0
35	2	2	1	9	300	120	0
36	1	3	1	9	200	120	0
37	0	4	1	9	50	10	45
38	4	0	1	8	225	0	0
39	3	1	1	8	900	180	0
40	2	2	1	8	1350	540	0
41	1	3	1	8	900	720	720
42	4	0	1	7	600	0	0
43	3	1	1	7	2400	480	0
44	2	2	1	7	3600	2880	2520
45	4	0	1	6	1050	0	0
46	3	1	1	6	4200	3360	2520
47	4	0	1	5	1260	1008	630
				Suma	27314	12493	9438

Teraz wyliczmy wskaźniki Banzhafa i absolutne wskaźniki Banzhafa dla członka stałego i niestalego.

Wskaźnik Banzhafa dla członka niestalego wynosi:

$$\beta_n = \frac{9438}{5 \cdot 12493 + 10 \cdot 9438} \approx 0,06017.$$

Wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta_s = \frac{12493}{5 \cdot 12493 + 10 \cdot 9438} \approx 0,07965.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestalego wynosi:

$$\beta'_n = \frac{3003}{2^9 \cdot 3^5} \approx 0,07586.$$

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego wynosi:

$$\beta'_s = \frac{6476}{2^{10} \cdot 3^4} \approx 0,15062.$$

Utwórzmy Tabelę 15. porównującą powyższe wskaźniki wraz z obecnymi wskaźnikami dla członków Rady z zaokrąglonymi wynikami do pięciu miejsc po przecinku.

TABELA 15. Porównanie obecnych wskaźników siły ze wskaźnikami siły przy proponowanej reformie dla członków Rady.

	Niestaly członek		Staly członek	
	Obecnie	Reforma	Obecnie	Reforma
Wskaźnik Banzhafa	0,04812	0,06017	0,10377	0,07965
Absolutny wskaźnik Banzhafa	0,02414	0,07586	0,07808	0,15062

Istotnie, możemy zauważyć, że oba wskaźniki Banzhafa dla gracza niestalego rosną. W przypadku gracza stałego spada wskaźnik Banzhafa, natomiast rośnie absolutny indeks Banzhafa. Zmiany w każdym przypadku są mocniejsze niż w reformie polegającej na zwiększeniu liczby członków – są one już rzędu kilku setnych.

4. Rozważania dotyczące wstrzymania się od głosu

Bardzo często kwestionuje się założenie, które ustala prawdopodobieństwo p wstrzymania się od głosu gracza na równi z prawdopodobieństwami głosu „za” i „przeciw”. Dlatego w niniejszym podrozdziale rozważymy wskaźnik Banzhafa dla członków stałych i niestałych przy zmiennym p oraz prawdopodobieństwie głosu „za” i „przeciw” równym $(1-p)/2$, zob. też [3]. Pod koniec podrozdziału, w Tabeli 16. przedstawione są prawdopodobieństwa potrzebne do wyliczenia absolutnego wskaźnika Banzhafa, zgodnie z Definicją 9. W piątej, szóstej i siódmej kolumnie przedstawiono liczbę podziałów i prawdopodobieństwo pojedynczego podziału interesującego nas odpowiednio dla: członka stałego, który jest pozytywnie krytyczny głosując „za”, członka stałego, który jest pozytywnie krytyczny wstrzymując się od głosu i członka niestałego, który jest pozytywnie krytyczny głosując „za”.

Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego otrzymujemy przemnażając przez siebie wartości w kolumnie piątej, następnie przemnażając przez siebie wartości w kolumnie szóstej i sumując wartości otrzymane z obu kolumn. Otrzymujemy wzór na absolutny wskaźnik Banzhafa zależny od parametru p :

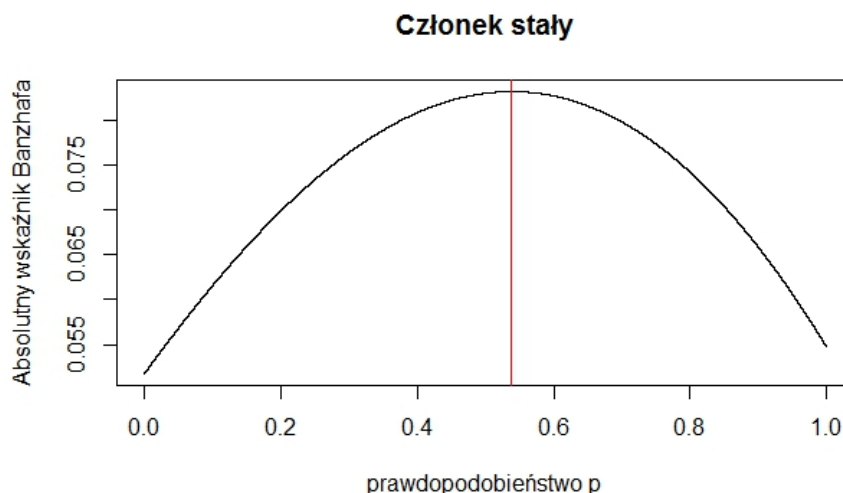
$$\beta'_s(p) = \frac{848 \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 + 2552p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 + 2316p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 + 704p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right) + 56p^4}{2^{10}}.$$

Wyliczmy granicę tego indeksu dla $p \rightarrow 0$ i $p \rightarrow 1$ oraz jego wartość dla $p = 1/3$.

$$\lim_{p \rightarrow 0} \beta'_s(p) \approx 0,05176, \quad \lim_{p \rightarrow 1} \beta'_s(p) \approx 0,05469$$

$$\beta'_s(1/3) \approx 0,07808.$$

Jak możemy zauważyć, wartości te odpowiadają dokładnie wartościom dla gier odpowiednio: prostych ($p = 0$ oznacza, że stały członek zawsze głosuje „za” lub „przeciw” z prawdopodobieństwem $1/2$) i mieszanych ($p = 1/3$ oznacza, że stały członek z równym prawdopodobieństwem głosuje „za”, „przeciw” lub wstrzymuje się od głosu). Korzystając z programu RStudio, zobaczmy jak kształtuje się wykres absolutnego wskaźnika Banzhafa w zależności od p . Absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka stałego przyjmuje największą wartość dla $p \approx 0,53824$, wtedy $\beta'_s(0,53824) \approx 0,08313$.



Sprawdźmy teraz, jak kształtuje się absolutny wskaźnik Banzhafa dla członka niestałego w zależności od p (oczywiście jest to wartość absolutnego indeksu Banzhafa, na którą członek niestały nie ma wpływu, gdyż w modelu mieszanym zawsze głosuje „za” lub „przeciw”, więc wpływ na tę wartość mają tak naprawdę członkowie stali).

$$\beta'_n(p) = \frac{9p^5 + 180p^4 \left(\frac{1-p}{2}\right) + 840p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 + 1260p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 +}{2^9} + \frac{630p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 + 84 \left(\frac{1-p}{2}\right)^5}{2^9}.$$

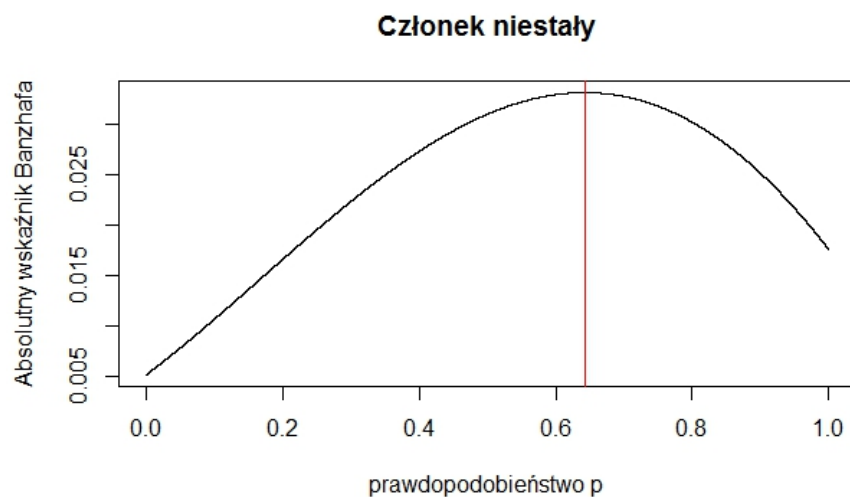
Policzmy granice tego wskaźnika przy $p \rightarrow 0$ i $p \rightarrow 1$ oraz wartość tego wskaźnika dla $p = 1/3$. Otrzymujemy:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \beta'_n(p) \approx 0,00513, \quad \lim_{p \rightarrow 1} \beta'_n(p) \approx 0,01758,$$

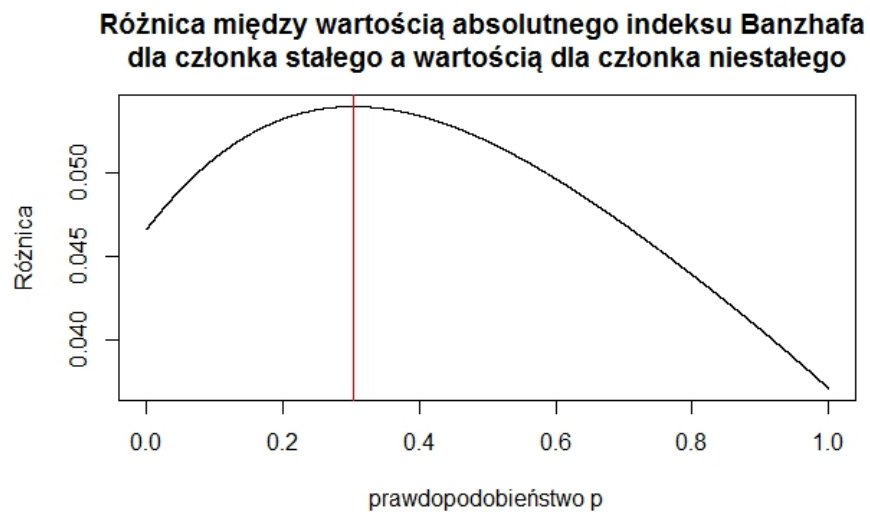
$$\beta'_n(1/3) \approx 0,02414.$$

Podobnie jak w przypadku członka stałego widzimy, że dwa pierwsze wyniki pokrywają się z wynikami odpowiednio w modelu prostej i mieszanej gry wyborczej. Korzystając z programu RStudio otrzymujemy, że absolutny indeks Banzhafa dla członka niestałego osiąga maksimum dla

$p \approx 0,64254$. Sprawdźmy również, przy jakim prawdopodobieństwie p różni-



ca między wartościami absolutnego wskaźnika Banzhafa między członkiem stałym a niestałym jest największa. Okazuje się, że ta różnica jest największa dla $p \approx 0,30344$.



Przeprowadzimy teraz analizę wartości znormalizowanego wskaźnika Banzhafa dla członka stałego i niestalego. Skorzystamy ze wzorów:

$$\beta_s(p) = \frac{\beta'_s(p)}{5\beta'_s(p) + 10\beta'_n(p)},$$

$$\beta_n(p) = \frac{\beta'_n(p)}{5\beta'_s(p) + 10\beta'_n(p)}.$$

Policzmy granice wskaźnika Banzhafa dla członka stałego Rady Bezpieczeństwa przy $p \rightarrow 0$ i $p \rightarrow 1$ oraz wartość tego wskaźnika dla $p = 1/3$. Otrzymujemy:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \beta_s(p) \approx 0,16693, \quad \lim_{p \rightarrow 1} \beta_s(p) \approx 0,12174,$$

$$\beta_s(1/3) \approx 0,12359.$$

Zauważmy, że wynik dla $p = 1/3$ różni się w małym stopniu od wyniku dla modelu mieszanej gry wyborczej. Wynika to z tego, że wskaźnik ten nie ma interpretacji probabilistycznej, a powstaje poprzez znormalizowanie absolutnego wskaźnika Banzhafa, i tak też go liczymy w zależności od p . Natomiast Felsenthal oraz Machover liczą ten wskaźnik dla modelu mieszanej gry wyborczej poprzez normalizację liczby układów, w których dany członek jest pozytywnie krytyczny. A pamiętamy, że w tym wypadku wzory na absolutny wskaźnik Banzhafa dla członków stałych i niestających różnią się między sobą mianownikami: $3^4 \cdot 2^{10}$ oraz $3^5 \cdot 2^9$ - stąd rozbieżność.

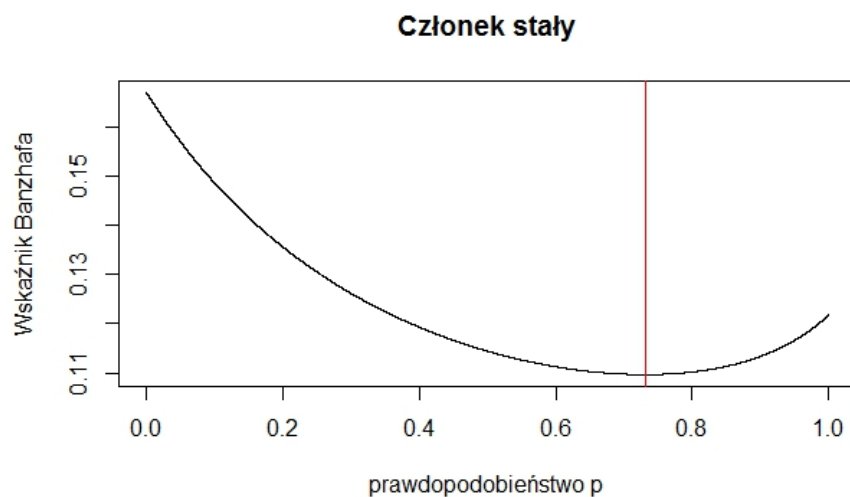
Spójrzmy teraz na wykres przedstawiający wartość wskaźnika Banzhafa dla członka stałego w zależności od p . Minimum wskaźnika otrzymujemy dla $p \approx 0,73125$.

Przeanalizujmy teraz zachowanie wskaźnika Banzhafa dla członka niestalego w zależności od parametru p . Granice wskaźnika Banzhafa dla członka niestalego Rady Bezpieczeństwa przy $p \rightarrow 0$ i $p \rightarrow 1$ oraz wartość tego wskaźnika dla $p = 1/3$ wynoszą odpowiednio:

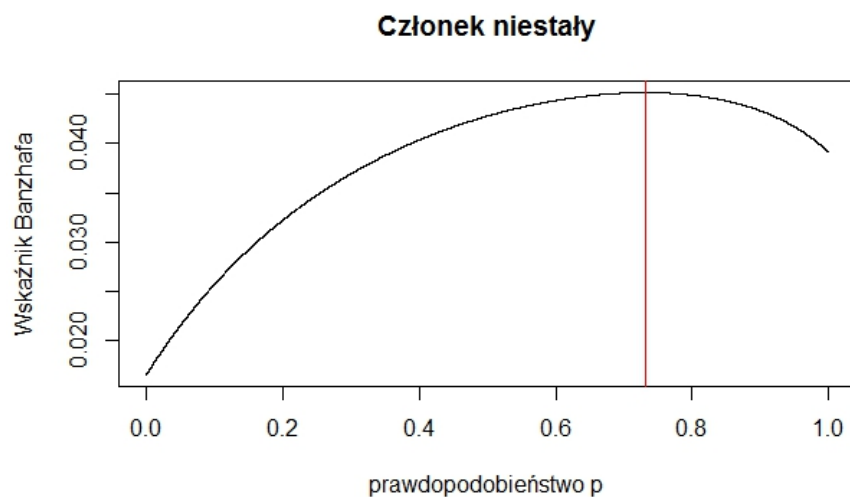
$$\lim_{p \rightarrow 0} \beta_n(p) \approx 0,01654, \quad \lim_{p \rightarrow 1} \beta_n(p) \approx 0,03913,$$

$$\beta_n(1/3) \approx 0,03821.$$

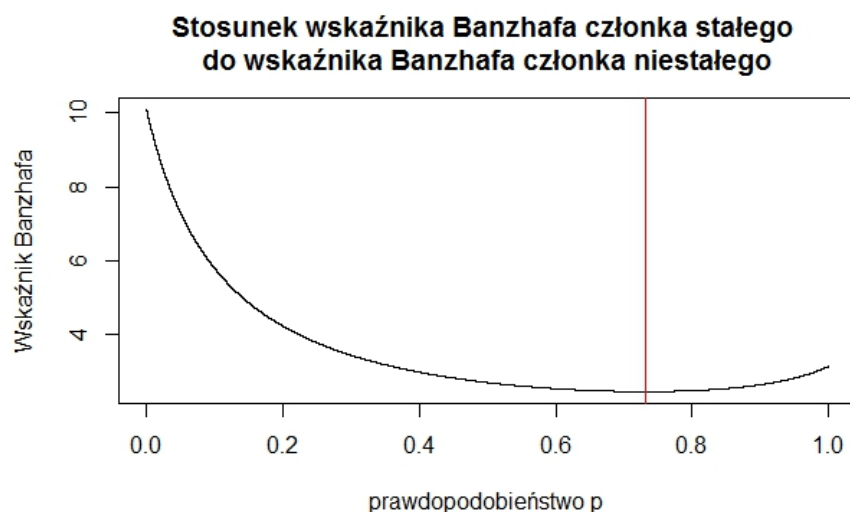
Podobnie jak wcześniej możemy zauważyć niewielkie różnice w wynikach w porównaniu z naszymi wcześniejszymi modelami. Spójrzmy na wykres,



który maksimum osiąga dla $p \approx 0,73125$, podobnie jak w przypadku członka stałego. Porównajmy jeszcze, jak zmienia się stosunek wartości wskaźnika



Banzhafa dla członka stałego do wartości wskaźnika Banzhafa dla członka niestałego:



Widzimy, że dla $p = 0$ wartość ta jest największa, a dla $p \approx 0,73125$ osiąga minimum (co nie jest zaskoczeniem biorąc pod uwagę poprzednie wyniki).

Analizując otrzymane wyżej wykresy można dojść do wniosku, że z punktu widzenia członka stałego Rady Bezpieczeństwa należy jak najczęściej podejmować konkretną decyzję zagłosowania „za” lub „przeciw”, ponieważ dla $p = 0$ (członek stały nigdy nie wstrzymuje się od głosu) stosunek siły jego głosu do siły głosu członka niestalego mierzonej wskaźnikiem Banzhafa jest największy. Im częściej członek stały się wstrzymuje, tym wyraźniej maleje jego siła głosu w stosunku do członka niestalego, ale tylko do pewnego momentu. Później ten stosunek siły głosu znowu zmienia się na korzyść członka stałego.

Prześledźmy jeszcze, jak wyglądają wartości indeksu Colemana w zależności od p (skorzystamy z interpretacji probabilistycznej tego wskaźnika - wyliczymy prawdopodobieństwo, że losowo wybrany podział będzie zwycięski). W tym celu sporządzono na końcu podrozdziału Tabelę 17. pokazującą nam liczbę podziałów wygrywających oraz prawdopodobieństwo wystąpienia danego podziału.

Nasz wskaźnik Colemana jest dany następującym wzorem:

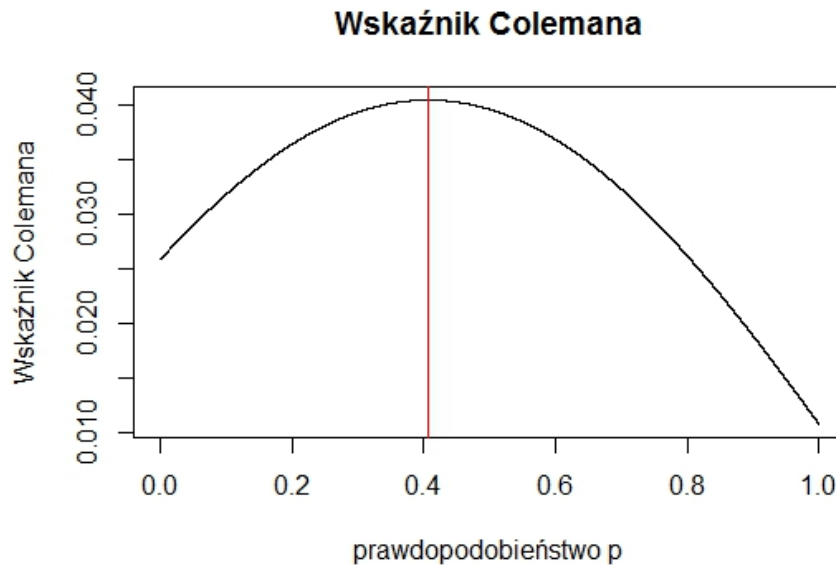
$$C(p) = \frac{848 \left(\frac{1-p}{2}\right)^5 + 3190p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 + 3860p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3}{2^{10}} + \frac{1760p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 + 280p^4 \left(\frac{1-p}{2}\right) + 11p^5}{2^{10}}.$$

Tradycyjnie zaczniemy od policzenia granic przy $p \rightarrow 0$ i $p \rightarrow 1$ oraz wartości wskaźnika dla $p = 1/3$:

$$\lim_{p \rightarrow 0} C(p) \approx 0,02588, \quad \lim_{p \rightarrow 1} C(p) \approx 0,01074,$$

$$C(1/3) \approx 0,03998.$$

Zauważmy, że wyniki te są takie same jak w modelach: prostym i mieszanym gry wyborczej. Spójrzmy teraz na wykres naszego wskaźnika w zależności od p . Maksimum wskaźnika jest osiągnięte dla $p \approx 0,40666$, zatem wtedy



występuje największe prawdopodobieństwo przyjęcia propozycji przez Radę Bezpieczeństwa ONZ.

TABELA 16. Prawdopodobieństwa układów - wskaźniki Banzhafa.

Lp.	Liczba członków stałych „za”	Liczba członków stałych, która wstrzymuje się od głosu	Liczba członków niestałych „za”	Kolumna 5		Kolumna 6		Kolumna 7	
1	5	0	10	0	-	0	-	0	-
2	4	1	10	0	-	1	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
3	3	2	10	0	-	4	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
4	2	3	10	0	-	6	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
5	1	4	10	0	-	4	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$	0	-
6	0	5	10	0	-	1	$p^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
7	5	0	9	0	-	0	-	0	-
8	4	1	9	0	-	10	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
9	3	2	9	0	-	40	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
10	2	3	9	0	-	60	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
11	1	4	9	0	-	40	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$	0	-
12	0	5	9	0	-	10	$p^4 \frac{1}{2^{10}}$	9	$p^5 \frac{1}{2^9}$
13	5	0	8	0	-	0	-	0	-
14	4	1	8	0	-	45	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
15	3	2	8	0	-	180	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
16	2	3	8	0	-	270	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
17	1	4	8	45	$p^4 \frac{1}{2^{10}}$	180	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$	180	$p^4 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^9}$
18	5	0	7	0	-	0	-	0	-
19	4	1	7	0	-	120	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
20	3	2	7	0	-	480	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
21	2	3	7	480	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$	720	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$	840	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^9}$
22	5	0	6	0	-	0	-	0	-
23	4	1	6	0	-	210	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-
24	3	2	6	1260	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$	840	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$	1260	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^9}$
25	5	0	5	0	-	0	-	0	-
26	4	1	5	1008	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$	252	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	630	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^9}$
27	5	0	4	210	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$	0	-	84	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^9}$

TABELA 17. Prawdopodobieństwa układów - wskaźnik Colemana.

Lp.	Liczba członków stałych "za"	Liczba członków stałych, która wstrzymuje się od głosu	Liczba członków niestałych „za”	Liczba takich układów (podziały zwycięskie)	Prawdopodobieństwo podziału
1	5	0	10	1	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$
2	4	1	10	5	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$
3	3	2	10	10	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$
4	2	3	10	10	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$
5	1	4	10	5	$p^4 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$
6	0	5	10	1	$p^5 \frac{1}{2^{10}}$
7	5	0	9	10	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$
8	4	1	9	50	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$
9	3	2	9	100	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$
10	2	3	9	100	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$
11	1	4	9	50	$p^4 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$
12	0	5	9	10	$p^5 \frac{1}{2^{10}}$
13	5	0	8	45	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$
14	4	1	8	225	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$
15	3	2	8	450	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$
16	2	3	8	450	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$
17	1	4	8	225	$p^4 \left(\frac{1-p}{2}\right) \frac{1}{2^{10}}$
18	5	0	7	120	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$
19	4	1	7	600	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$
20	3	2	7	1200	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$
21	2	3	7	1200	$p^3 \left(\frac{1-p}{2}\right)^2 \frac{1}{2^{10}}$
22	5	0	6	210	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$
23	4	1	6	1050	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$
24	3	2	6	2100	$p^2 \left(\frac{1-p}{2}\right)^3 \frac{1}{2^{10}}$
25	5	0	5	252	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$
26	4	1	5	1260	$p \left(\frac{1-p}{2}\right)^4 \frac{1}{2^{10}}$
27	5	0	4	210	$\left(\frac{1-p}{2}\right)^5 \frac{1}{2^{10}}$

Bibliografia

- [1] Balcerak W., *Liga nadziei: z dziejów Ligi Narodów*, Wydawnictwo Neriton, 2010.
- [2] Banzhaf III J.F., *Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis*, Rutgers Law Review, nr 19, 1964, s. 317-343.
- [3] Birkmeier, O., Käuff, A., Pukelsheim, F., *Abstentions in the German Bundesrat and ternary decision rules in weighted voting systems*, Statistics & Decisions, nr 28, 2011, s. 1-16.
- [4] Braham M., Steffen F., *Voting power in games with abstentions*, w: Power and Fairness (ed. Holler M. et al.), Mohr-Siebeck, 2002, s. 333-348.
- [5] Coleman J.S., *Control of collectivities and the power of a collectivity to act*, w: Social Choice (ed. Lieberman B.), Gordon and Breach, 1971, s. 269-300.
- [6] Dreher A., Gould M., Rablen M., Vreeland J.R., *The determinants of election to the United Nations Security Council*, Public Choice, nr 158, 2014, s. 51-83.
- [7] Felsenthal D.S., Machover M., *Alternative forms of the Shapley value and the Shapley-Shubik index*, Public Choice, nr 87, 1996, s. 315-318.
- [8] Felsenthal D.S., Machover M., *Ternary voting games*, International Journal of Game Theory, nr 26, 1997, s. 335-351.
- [9] Felsenthal D.S., Machover M., *The Measurement of Voting Power*, Books, 1998.
- [10] Felsenthal D.S., Machover M., *Voting power in the UN Security Council: presentation of detailed calculations*, preprint, 2014.
- [11] Freixas J., *Probabilistic power indices for games with abstention*, Mathematical Social Sciences, nr 64, 2012, s. 89-99, preprint, 2008.
- [12] Howard-Ellis C., *The Origin, Structure and Working of the League of Nations*, George Allen & Unwin, 1928.
- [13] Magalhaes Barreto Silva M., *Spoiler of Reformer? The Uniting for Consensus Group and UN Security Council reform*, preprint, 2014.
- [14] Mercik J.W., *Sila i oczekiwania: decyzje grupowe*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
- [15] Moore J.A., Pubantz J., *Encyclopedia of the United Nations*, Facts On File, 2008.
- [16] Penrose L.S., *The elementary statistics of majority voting*, Journal of the Royal Statistical Society, nr 109, 1946, s. 53-57.
- [17] Shapley L.S., Shubik M., *A method for evaluating the distribution of power in a committee system*, American Political Science Review, nr 48, 1954, s. 787-792.

- [18] Sojka A., *Twierdzenie graniczne Penrose'a*, praca magisterska, Uniwersytet Jagielloński, 2010.
- [19] Straffin P.D., *Teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, 2006.
- [20] Van Ginneken A.H., *Historical Dictionary of the League of Nations*, Scarecrow Press, 2006.
- [21] www.globalpolicy.org [dostęp 25 czerwca 2015]
- [22] www.indiana.edu/~league/photos.htm [dostęp 25 czerwca 2015]
- [23] www.unelections.org [dostęp 25 czerwca 2015]
- [24] www.un.org [dostęp 25 czerwca 2015]
- [25] www.research.un.org [dostęp 25 czerwca 2015]
- [26] Pakt Ligi Narodów, dostępny w Internecie: www.refworld.org/docid/3dd8b9854.html [dostęp 25 czerwca 2015]
- [27] Karta Narodów Zjednoczonych, dostępna w Internecie: www.unic.un.org.pl/dokumenty/karta_onz.php [dostęp 25 czerwca 2015]